

Глава 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЕВЫХ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ СООРУЖЕНИЯХ

Внутренние усилия в сечении стержня (см. главы 3, 4 первого раздела курса теории сооружений) представляют собой интегральные (суммарные) силовые характеристики связей в сечении. Ими являются изгибающие и крутящие моменты (M_x , M_y , M_z), поперечные и продольные силы (Q_x , Q_y , N). Если нагрузка и оси стержней лежат в одной плоскости, то напряжения в сечении стержня приводятся к трем усилиям (M , Q , N). Внутренние усилия могут быть использованы как самостоятельно, так и в качестве исходной информации для вычисления напряжений (см. главу 4) и деформаций (см. главу 3 настоящего приложения). Задачу определения внутренних усилий часто называют основной задачей строительной механики.

Жан Ангуан Шарль Бресс (J.A.C. Bresse, 1822-1883) предложил использовать в расчётах сооружений эпюры - графики, показывающие изменение внутренних усилий вдоль осей стержней. С тех пор они заняли особое место в инженерной практике и являются инженерным способом представления о работе конструкций - у инженера, владеющего процедурой определения усилий, формируется видение “игры сил” в сооружении и интуитивное чувство прочности.

Решение основной задачи строительной механики для статически определимых систем¹ строится на условиях равновесия отсеченной части свободного разомкнутого элемента из стержней с учетом принятых геометрических гипотез (плоских сечений и малости перемещений). Стержневые сооружения, как правило, изначально не являются свободными, так как функциональное назначение они могут обеспечить только в случае неподвижности². Неподвижность сооружения обуславливает необходимость закрепления их от смещения по отношению к основанию опорными связями и узлами в самой структуре сооружения с образованием замкнутых контуров. Статически определимые системы, имеющие только необходимое количество связей, должны включать и шарнирные соединения. Чтобы освободить сооружение и разомкнуть

¹ Статически определимыми являются такие системы, в которых все внешние и внутренние усилия находятся из уравнений равновесия. Для этого сооружение должно иметь только необходимое количество связей (при большем их количестве система статически неопределима, при меньшем - подвижна) и перемещения его точек должно быть мало, чтобы в условиях равновесия можно было использовать размеры сооружения в недеформированном состоянии.

² Неподвижным (геометрически неизменяемым) считается такое сооружение, перемещения точек которого невозможно без деформации его элементов (стержней).

контуры, приходится предварительно разрывать узлы (желательно шарнирные), опоры и находить усилия в них на основе условий равновесия сооружения под воздействием заданной внешней нагрузки, вытекающих из требований его неподвижности.

Таким образом, нахождение внутренних усилий состоит из двух этапов: во-первых, формирование свободных разомкнутых элементов из стержней с определением усилий в отбрасываемых при таком формировании связях (этот этап принято называть определением опорных реакций); во-вторых, непосредственное определение внутренних усилий и построение эпюр. При переходе от первого этапа ко второму необходимо решить еще один вопрос - отбор из всего набора разомкнутых свободных элементов с самоуравновешенной нагрузкой и только тех, которые необходимы для вычисления внутренних усилий в заданных сечениях и стержнях. Остановимся на каждом этапе подробно с изучением опорных схем по их выполнению, а в заключении приведем примеры полного расчета (от определения реакций до построения эпюр), в которых затронем и отбор разомкнутых самоуравновешенных элементов из стержней.

1.1. Определение опорных реакций

Последовательность расчета сооружений тесно связана с их формообразованием. Сооружение состоит из геометрически несменяемых (жестких) частей - дисков (простейшим диском является стержень). Эти диски должны быть соответствующим образом соединены и сформированы в единую систему - структуру. Основным структурообразующим элементом в плоских системах является шарнирный треугольник³, представляющий собой три диска соединенных тремя шарнирами⁴ не лежащими на одной прямой (рис. 1.1, г) и образующими новый диск (рис. 1.1, д). Кроме того, что такой элемент является жестким, он еще и статически определим. Следовательно, сооружения, образованные шарнирными треугольниками являются неподвижными с необходимым количеством связей и статически определимыми. С помощью структурообразующего треугольника можно собрать практически все (за редким исключением) плоские статически определимые неподвижные стержневые системы. Если один из

³ В пространственных системах основной структурообразующий элемент тетраэдр, имеющий шесть стержней, соединенных четырьмя шаровыми шарнирами не лежащими в одной плоскости.

⁴ Роль шарниров могут выполнять не только конструктивные устройства (явные шарниры), но и мгновенные - не явные (мгновенные центры вращения дисков друг относительно друга являются центрами таких шарниров).

дисков принять, например, за опорный (землю), то два шарнира в треугольнике играют роль опор, а третий - шарнирного узла (рис. 1.2). Шарнирный треугольник образует замкнутый контур и поэтому в соответствии с процедурой вычисления внутренних усилий его требуется разомкнуть. Расчеты выполняются по стандартным процедурам, если размыкать контур по двум шарнирам. Удалив два шарнира, мы разрываем четыре связи (рис. 1.3)⁵, усилия в которых могут быть найдены из четырех уравнений равновесия (см. табл. ТИПОВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И СХЕМЫ РАСЧЕТА на опорной схеме **РЕАКЦИИ**, основной тип), которые выражают равенство нулю моментов в трех шарнирах. В том случае, когда один из двух дисков не загружен, усилие в нем направлено по линии, соединяющей шарниры незагруженного диска⁶ (рис. 1.3,б) и одно из уравнений статики удовлетворяется тождественно.

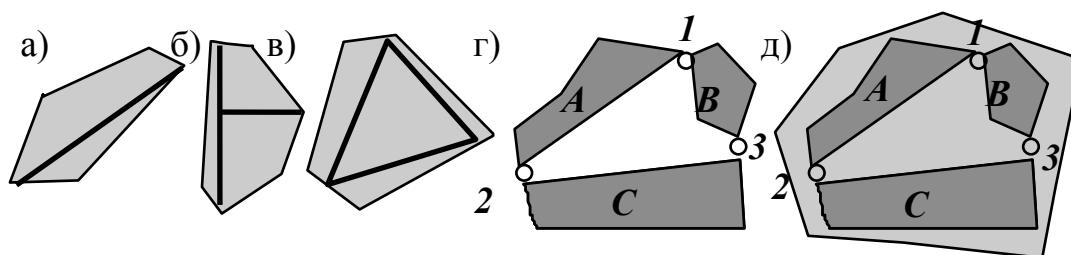


Рис. 1.1. Диски и шарнирный треугольник

а, б, в - диски, состоящие из стержней с жесткими узлами, геометрическая неизменяемость которых очевидна; г - шарнирный треугольник; д - диск, образованный шарнирным треугольником; А, В, С - диски; 1, 2, 3 - шарниры

Такой частный случай часто встречается на практике, поэтому мы выделили его в отдельный частный тип 1 с упрощенной схемой расчета, включающей необходимость решения всего трех уравнений (см. табл. на опорной схеме 1.2, частный тип 1), выражающих равенство нулю моментов относительно точек пересечения линий действия реакций⁷.

В практике расчетов часто используются также сооружения (фермы) составленные из шарнирных треугольников, загруженных только в шарнирах. В таких сооружениях при размыкании контуров образуются элементы, находящиеся в равновесии под действием двух сил и представляющих частный случай 2. Усилия R_1 , R_2 (рис. 1.3,в) находятся из

⁵ Ввиду того, что порядок определения реакций не зависит от нагрузки, здесь и в дальнейшем на схемах она не показана

⁶ Напомним одну из аксиом статики : две силы уравновешиваются тогда и только тогда, когда они равны по величине и действуют по одной прямой в противоположные стороны.

⁷ Если две реакции параллельны, то точка их пересечения находится на бесконечном удалении и одно из уравнений моментов заменяется на уравнение проекций на ось перпендикулярную параллельным силам.

условий равновесия сходящейся системы сил (уравнения проекций на оси перпендикулярные силам - x_1, x_2).

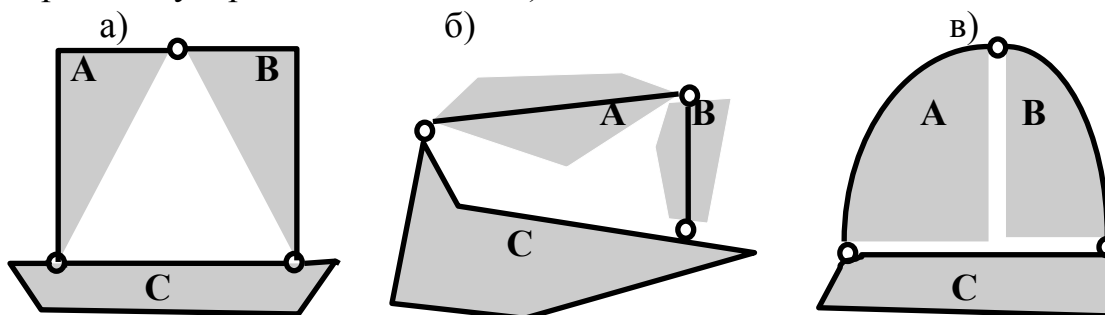


Рис. 1.2. Соединение дисков с опорным (землей – диск С)
а - трехшарнирная рама, б - наклонная балка, в - трехшарнирная арка;

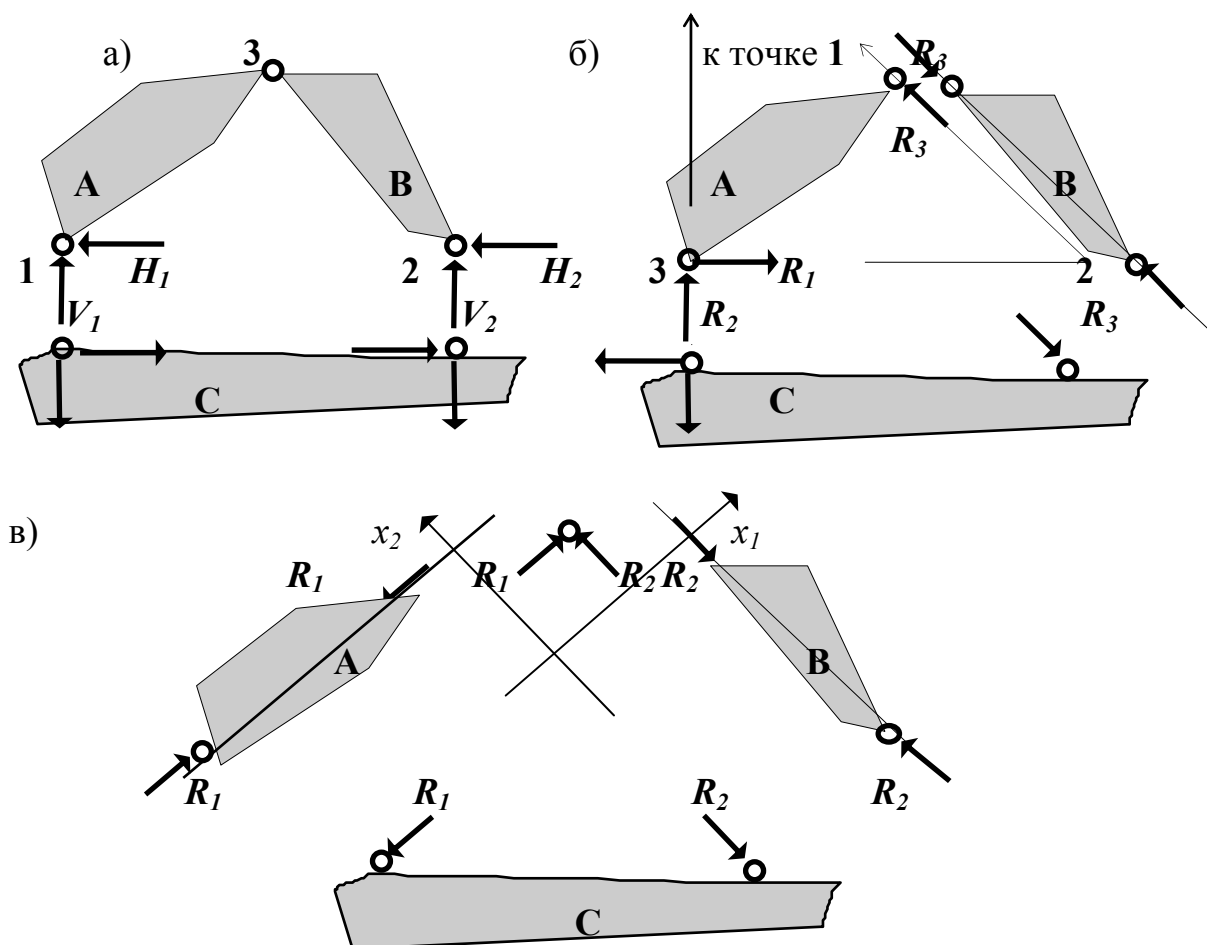
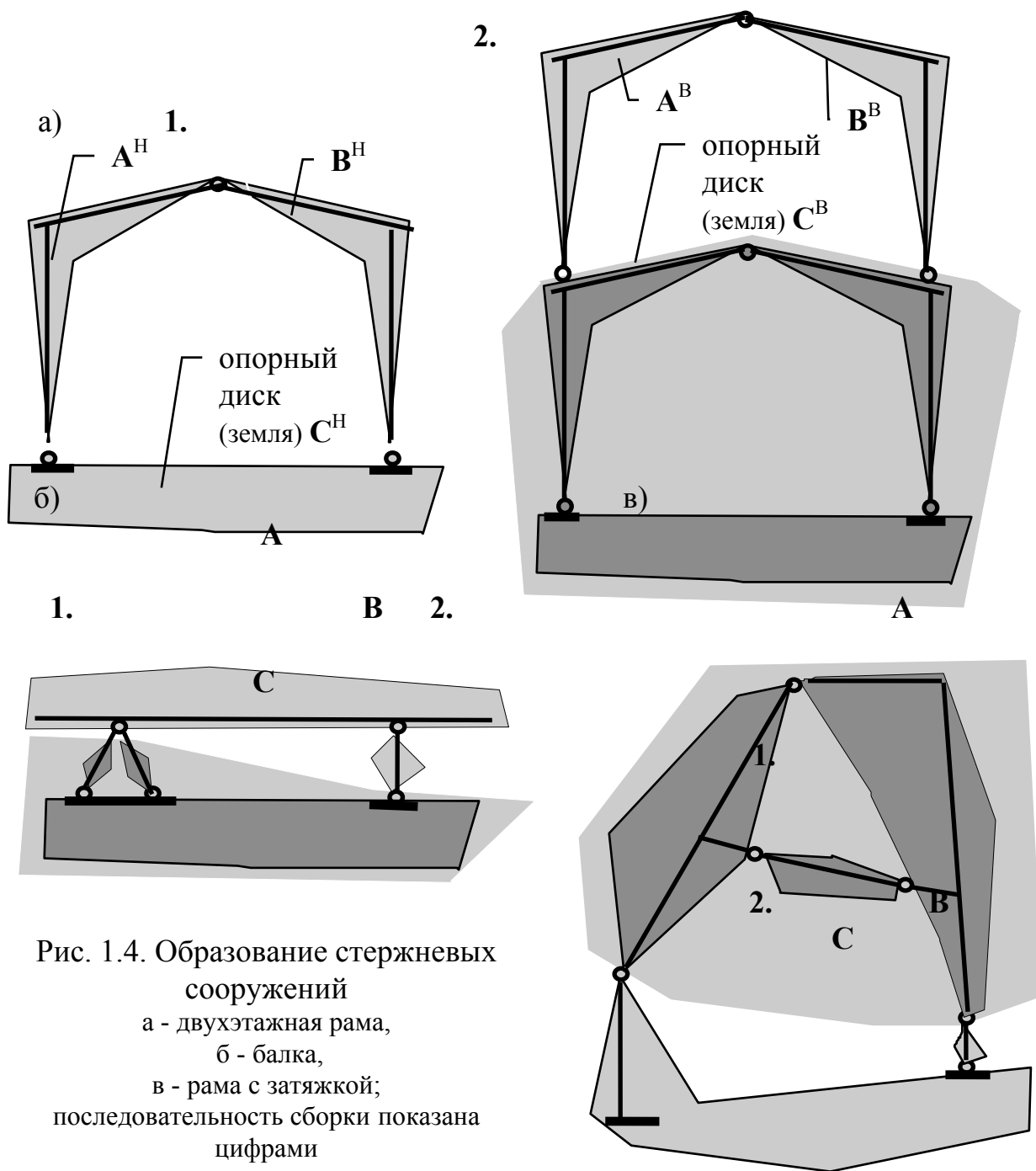


Рис. 1.3. Разомкнутый структурообразующий шарнирный треугольник
а- основной тип; б - частный случай 1, диск В не загружен - известно направление R_3 ;
в - частный случай 2, не загружены диски А и В - известны направления R_1 и R_2

На базе шарнирного треугольника при сборке сооружений образуются и более сложные системы (рис. 1.4). В двухэтажной раме, например, (рис. 1.4,а) сначала собирается нижняя часть, состоящая из двух дисков A^H и B^H , которые совместно с опорным диском (землей) образуют

шарнирный треугольник (рис. 1.4,а,1), выполняющий функцию опорного элемента для двух дисков A^B и B^B (рис. 1.4,а,2) верхнего этажа.



При сборке балки (рис. 1.4, б) сначала устраивается шарнирно неподвижная опора, а затем к ней и земле (составляющим один опорный диск) присоединяется сама балка и шарнирно-подвижная опора.

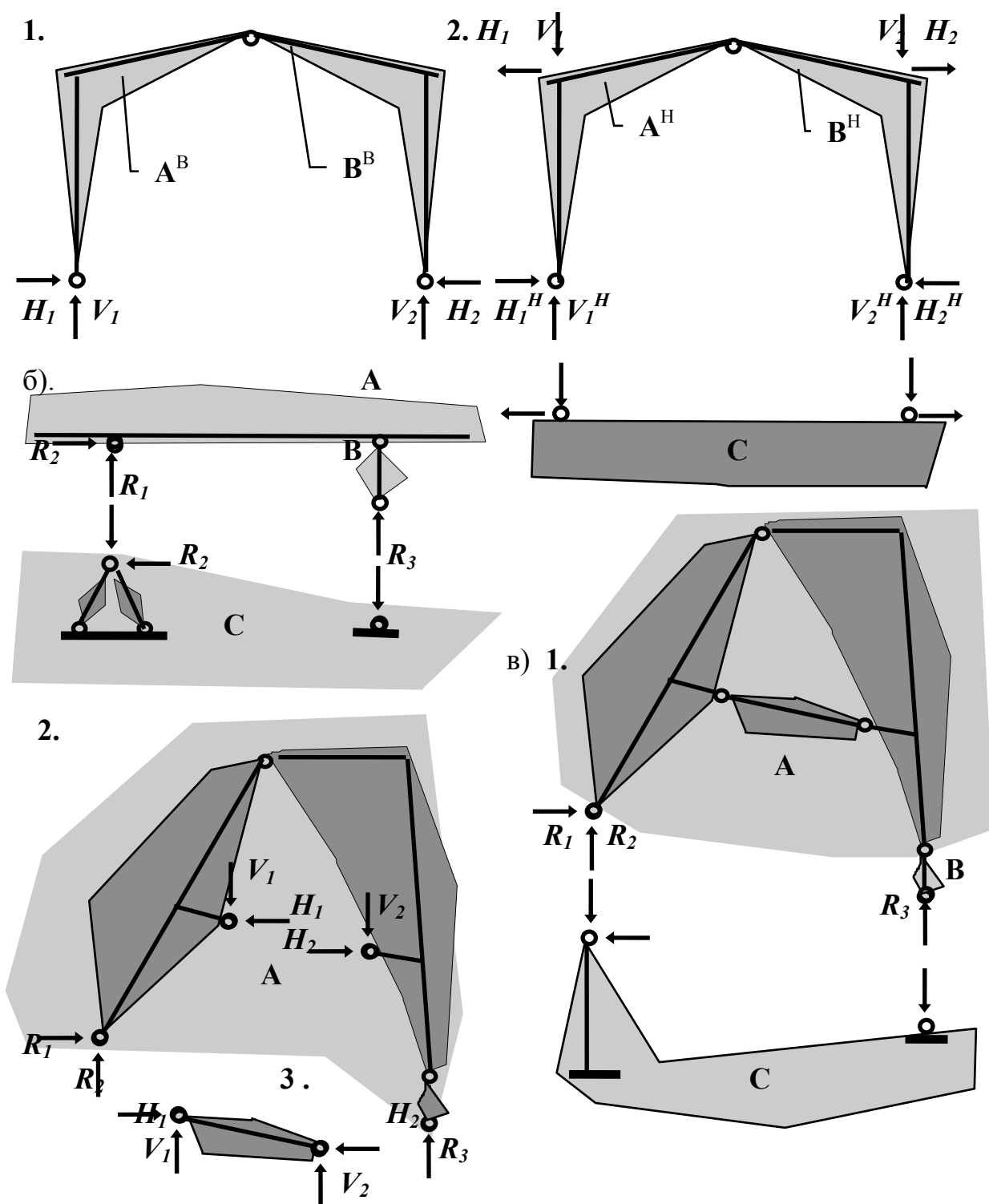


Рис. 1.5. Примеры разбиения сооружений на элементы из стержней с учетом способа и последовательности их сборки

а - верхний (1) и нижний (2) элементы двухэтажной рамы (основной тип),

б - начальный элемент балочной конструкции (частный тип 1),

в - начальный элемент рамы с затяжкой (1, частный тип 1) первого этапа расчета, второго этапа (2, основной тип) и проверочный элемент (3, к нему приложены силы, найденные из условия равновесия разомкнутого диска А)

В раме с затяжкой (рис.1.4,в) сначала производится предварительная сборка диска А как шарнирного треугольника, а затем образуется

новый шарнирный треугольник - диск **A**, диск **B** и опорный диск **C**, в состав которого входит консольный стержень защемленный в опоре.

Плоская стержневая система, составленная из шарнирных треугольников, при размыкании соответствующих связей приводится к системе простейших типовых элементов (основной тип и два частных) в различных комбинациях. Поэтому расчет стержневых сооружений состоит в формировании систем простейших типовых элементов (опорная схема **ФОРМИРОВАНИЕ**) и их анализа (опорная схема **РЕАКЦИИ**).

Расчет каждого элемента становится возможным, когда количество приложенных к нему реактивных (неизвестных) сил равно числу независимых уравнений равновесия. Если расчет элементов производить в последовательности обратной монтажу (сборке), то это условие выполняется автоматически. Например, монтаж двухэтажной рамы (рис. 1.4,а) заканчивается установкой двух дисков A^B и B^B , следовательно, их соединение и должно рассматриваться вначале (рис.1.5,а). Такой элемент назовем *начальным* первого этапа расчета. Полученные при этом усилия, прикладываются к нижнему этажу как известная нагрузка, и тогда диски A^H и B^H нижнего этажа будут образовывать *начальный* элемент второго этапа расчета.

Собственно балка (рис. 1.4,б) с подвижной опорой монтируется последней, поэтому с ее рассмотрения и начинается расчет (рис. 1.5,б) (она является начальным элементом первого этапа расчета). После определения реакций R_1 , R_2 , R_3 по частной схеме **1** расчет может быть завершен, если для дальнейшего анализа необходим только несущий стержень балки.

В раме с затяжкой последним после предварительной сборки монтируется диск **A** (рис. 1.4,в), образуя шарнирный треугольник совместно с диском **B** и землей. Поэтому равновесие диска **A** и рассматривается с самого начала. Начальный элемент не является еще разомкнутым, но реакции в нем могут быть найдены по типовой схеме. Начальным элементов второго этапа расчета является сам диск **A**, если в нем удалить затяжку (элемент 3 на рис.1.5,в). Затяжка должна находиться в равновесии под действием известных из расчета сил. Это условие может служить проверкой правильности вычисления реакций.

Так как неподвижные статически определимые стержневые системы можно образовать с помощью шарнирного треугольника, то практически все они вне зависимости от сложности могут быть приведены к основному типу свободных элементов из стержней или одному из его частных случаев. Практика выработала экономичную компактную схему расчета таких элементов (см. опорную схему **РЕАКЦИИ**).

Опорная схема **ФОРМИРОВАНИЕ. ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ СВОБОДНЫХ РАЗОМКНУТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ СТЕРЖНЕЙ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ИХ РАССМОТРЕНИЯ.**

ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Геометрически неизменяемая, статически определимая плоская стержневая система, представленная расчетной схемой с указанием очертания осей и размеров стержней, положения узлов и опор, расположения нагрузки и ее величины.

РЕЗУЛЬТАТ

Система свободных разомкнутых элементов из стержней с указанием их типов и последовательности рассмотрения (исходная информация к определению реактивных усилий по типовым схемам).

АЛГОРИТМ

1. Обозначить или пронумеровать диски и шарнирные узлы.
2. Составить карту сборки сооружения из структурообразующих шарнирных треугольников.
3. Определить последовательность рассмотрения элементов из стержней.
4. Заменить отброшенные связи реакциями (см. таблицу СВЯЗИ-СИЛЫ).
5. Установить тип элементов (см. опорную схему РЕАКЦИИ).

РЕКОМЕНДАЦИИ.

Кратные шарниры должны быть заменены простыми с учетом их кратности. Кратность шарнира (k) равна числу соединяемых дисков (n) без единицы ($k = n - 1$).

В карту сборки заносятся этапы сборки, номера соединяемых дисков и шарнирных узлов, обозначения новых дисков и их схемы.

Последовательность рассмотрения элементов из стержней должна быть обратна последовательности сборки.

Замену отброшенных связей следует производить в соответствии с их качеством (силовая связь или моментная) и количеством, и прикладывать их по направлению связей в местах соединения стержней, в противоположные стороны.

Таблица СВЯЗИ-СИЛЫ.

Устройство	К-во сил	Расчетная схема	Замена связей силами
ШАРНИР одиночный ($k=1$)	2		
двойной ($k=2$)	4		
кратный (k)	$2 \cdot k$		
ОПОРЫ шарнирно-подвижная	1		
шарнирно-неподвижная	2		
заделка (зашемление)	3		
подвижная заделка	2		

**Опорная схема РЕАКЦИИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕАКТИВНЫХ УСИЛИЙ (РЕАКЦИЙ)
В СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМОМ ЭЛЕМЕНТЕ ИЗ СТЕРЖНЕЙ ПО ТИПОВОЙ СХЕМЕ**

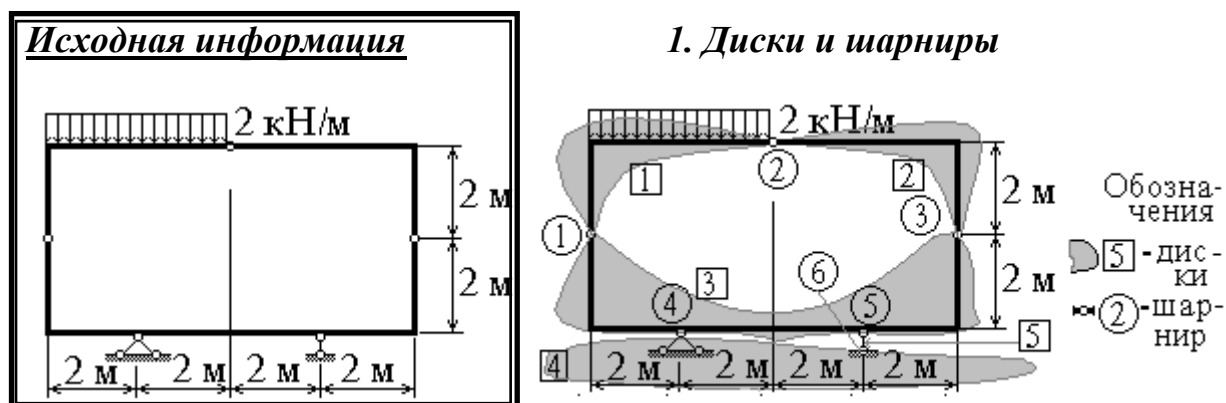
ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ		РЕЗУЛЬТАТ													
Статически определимый свободный разомкнутый элемент из стержней с их указанием очертания и размеров, величин и расположения нагрузки, неизвестные реакции и их направление		Свободный разомкнутый элемент из стержней с самоуравновешенной нагрузкой (исходная информация к определению усилий во внутренних макросвязях).													
АЛГОРИТМ		РЕКОМЕНДАЦИИ.													
<div>1.Предварительно назначить направление реактивных усилий.</div> <div>2. Составить план расчета в соответствии с типовой схемой (см. таблицу).</div> <div>3. Составить систему уравнений равновесия в соответствии с намеченным планом.</div> <div>4. Решить уравнения равновесия, установить величины и направления реактивных усилий (реакций).</div> <div>5. Провести статическую проверку реакций.</div>		<div>Предварительно направление усилий может быть принято произвольно.</div> <div>Тип элемента определяется количеством неизвестных усилий: основной тип (четыре усилия и два диска, соединенных шарниром), частный тип 1 (три усилия и один диск не загружен) и частный тип 2 (два усилия и незагруженные диски).</div> <div>План расчета соответствует типу элемента (см. табл. ТИПОВЫЕ СХЕМЫ).</div> <div>Полученное в результате решения уравнений положительное значение усилия (реакции) означает, что предварительно назначенные их направления выбраны удачно, отрицательное - необходимо изменить направления на противоположное.</div> <div>Статическая проверка проводится в соответствии с планом расчета.</div>													
		Таблица ТИПОВЫЕ СХЕМЫ РАСЧЕТА.													
		<table><tr><th>Типовые элементы</th><th>План расчета</th><th>Проверка</th></tr><tr><td>Основной тип (Т)<div></div></td><td>$\Sigma M_1=0 \rightarrow V_2$ $\Sigma_{23} M_3=0 \rightarrow H_2$ $\Sigma M_2=0 \rightarrow V_1$ $\Sigma_{13} M_3=0 \rightarrow H_1$</td><td>$\Sigma Y=0$ $\Sigma X=0$</td></tr><tr><td>Частный тип 1 (Т1)<div></div></td><td>$\Sigma M_1=0 \rightarrow R_1$ $\Sigma M_2=0 \rightarrow R_2$ $\Sigma M_3=0 \rightarrow R_3$</td><td>$\Sigma Y=0$ $\Sigma X=0$</td></tr><tr><td>Частный тип 2 (Т2)<div></div></td><td>$\Sigma X_1=0 \rightarrow R_2$ $\Sigma X_2=0 \rightarrow R_3$</td><td></td></tr></table>		Типовые элементы	План расчета	Проверка	Основной тип (Т) <div></div>	$\Sigma M_1=0 \rightarrow V_2$ $\Sigma_{23} M_3=0 \rightarrow H_2$ $\Sigma M_2=0 \rightarrow V_1$ $\Sigma_{13} M_3=0 \rightarrow H_1$	$\Sigma Y=0$ $\Sigma X=0$	Частный тип 1 (Т1) <div></div>	$\Sigma M_1=0 \rightarrow R_1$ $\Sigma M_2=0 \rightarrow R_2$ $\Sigma M_3=0 \rightarrow R_3$	$\Sigma Y=0$ $\Sigma X=0$	Частный тип 2 (Т2) <div></div>	$\Sigma X_1=0 \rightarrow R_2$ $\Sigma X_2=0 \rightarrow R_3$	
Типовые элементы	План расчета	Проверка													
Основной тип (Т) <div></div>	$\Sigma M_1=0 \rightarrow V_2$ $\Sigma_{23} M_3=0 \rightarrow H_2$ $\Sigma M_2=0 \rightarrow V_1$ $\Sigma_{13} M_3=0 \rightarrow H_1$	$\Sigma Y=0$ $\Sigma X=0$													
Частный тип 1 (Т1) <div></div>	$\Sigma M_1=0 \rightarrow R_1$ $\Sigma M_2=0 \rightarrow R_2$ $\Sigma M_3=0 \rightarrow R_3$	$\Sigma Y=0$ $\Sigma X=0$													
Частный тип 2 (Т2) <div></div>	$\Sigma X_1=0 \rightarrow R_2$ $\Sigma X_2=0 \rightarrow R_3$														

Ввиду того, что последовательность расчета определяется формообразованием, формирование совокупности типовых элементов из стержней на основе правил получения неподвижных сооружений разберем в первую очередь (см. опорную схему **ФОРМИРОВАНИЕ**).

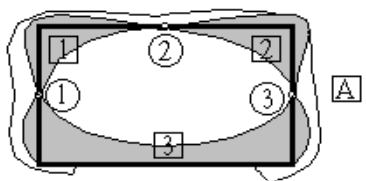
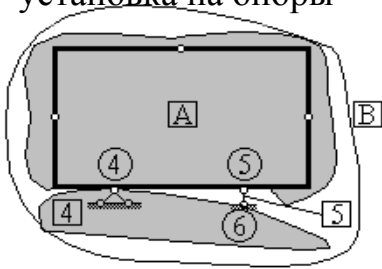

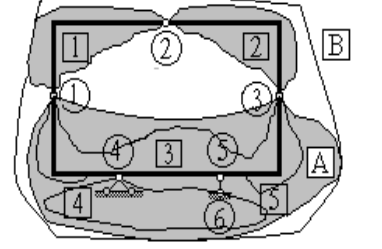
1.2. Формирование совокупности элементов из стержней

Карты сборки, на которых представляется порядок формирования сооружения из шарнирных треугольников, могут быть представлены в разнообразной форме. Мы предлагаем здесь табличную форму, являющуюся простой и обозримой. После усвоения принципов формирования, можно сократить записи и решать практически все вопросы мысленно с переходом сразу к определению реактивных усилий.

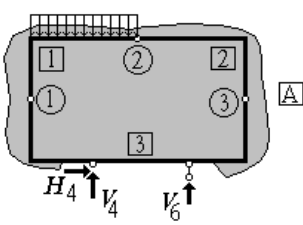
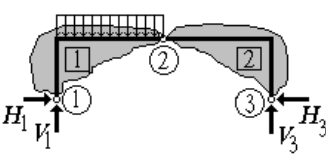
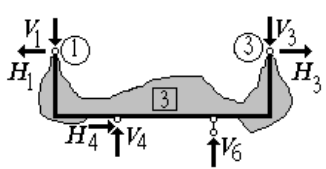
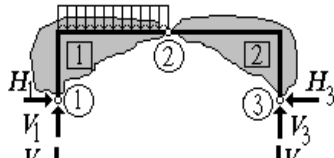
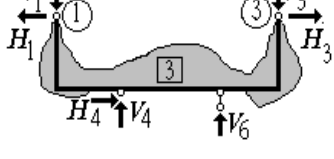
Пример 1.1



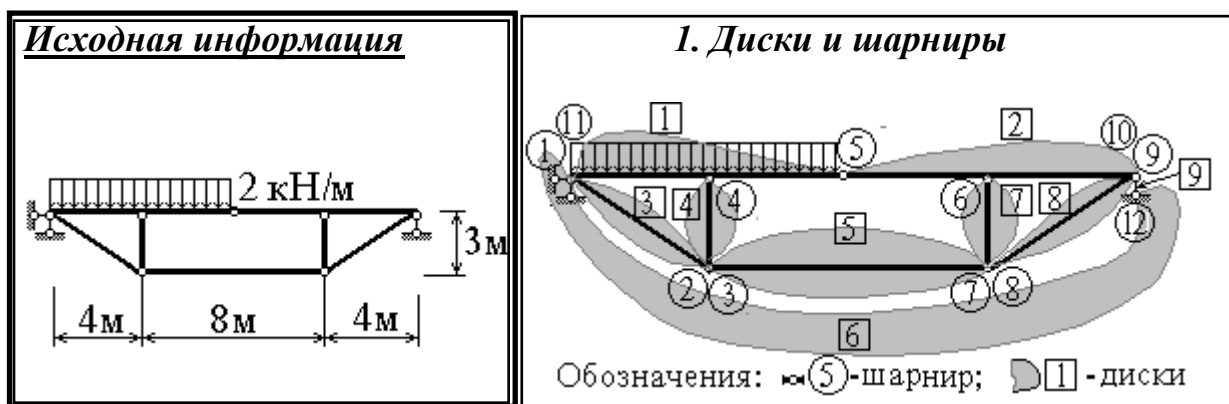
2. Карты сборки

№ этапа	Формирование шарнирных треугольников			
	обозначение нового диска	соединяемые диски	шарниры	схемы новых дисков
Вариант первый				
1	A	1, 2, 3	1, 2, 3	предварительная сборка 
2	B	A, 4, 5	4, 5, 6	установка на опоры 
Вариант второй				
1	A	3, 4, 5	4, 5, 6	установка на опоры 
2	B	A, 1, 2	1, 2, 3	сборка надстройки 

5. Последовательность расчета и результат

№ этапа	Схема элемента	Определяемые реакции	Примечания (тип элемента)
Вариант первый			
1		H_4, V_4, V_6	частный тип 1
2		H_1, V_1, H_3, V_3	основной тип
3		реакции известны	поверочный
Вариант второй			
1		H_1, V_1, H_3, V_3	основной тип
2		H_4, V_4, V_6	частный тип 1 проверка отсутствует

Пример 1.2



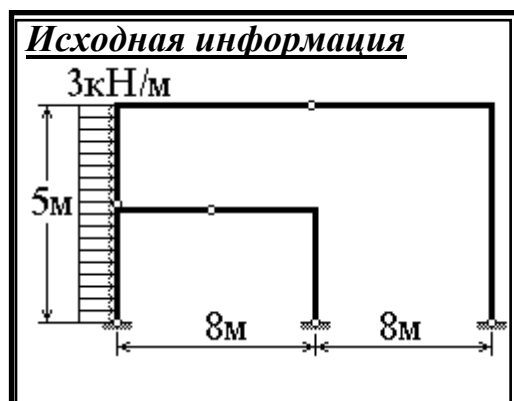
2. Карты сборки

№ этапа	Формирование шарнирных треугольников			
	Обозначение нового диска	соединяемые диски	шарниры	с х е м ы н о в ы х д и с к о в
1	A	1, 3, 4	1, 2, 4	<p>предварительная сборка</p> <p>установка на опоры</p>
2	B	2, 7, 8	6, 8, 9	
3	C	A, B, 5	3, 5, 7	
4	D	C, 6, 9	10, 11, 12	

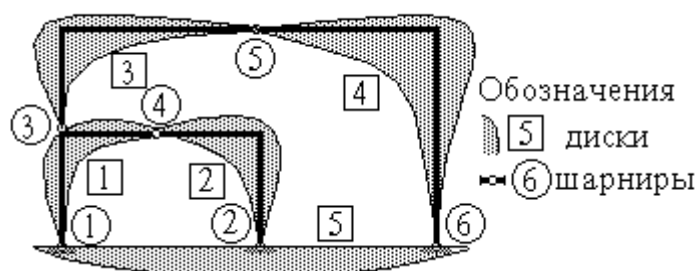
3. Последовательность расчета и результат

№ этапа	С х е м а э л е м е н т а	Определяемые реакции	Примечания (тип элемента)
1		H_{11}, V_{11}, V_{12}	частный тип 1
2		H_3, V_3, H_7, V_7	основной тип
3		реакции известны	поверочный
4		R_{11}, R_4	частный тип 2
5		R_6, R_9	частный тип 2
6		реакции известны	поверочный

Пр и м е р 1.3



1. Диски и шарниры



2. Карта сборки

№ этапа	Формирование шарнирных треугольников			
	обозначение нового диска	соединяемые диски	шарниры	схемы новых дисков
1	A	1, 2, 5	1, 2, 4	
2	B	A, 3, 4	3, 5, 6	

3. Последовательность расчета и результат

№ этапа	Схема элемента	Определяемые реакции	Примечания (тип элемента)
1		V_1, H_1, V_2, H_2	основной тип
2		V_3, H_3, V_6, H_6	основной тип

Пример 1.4. (для самостоятельного решения) Разработать карты сборки и установить последовательность определения опорных реакций в стержневых сооружениях, представленных на рисунке 1. 6.

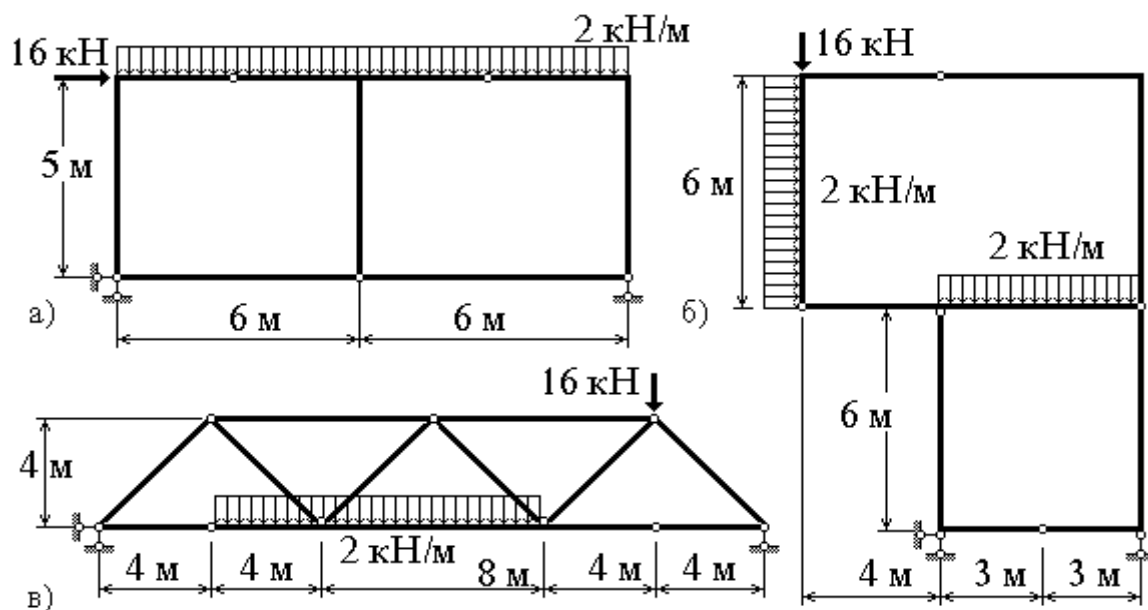
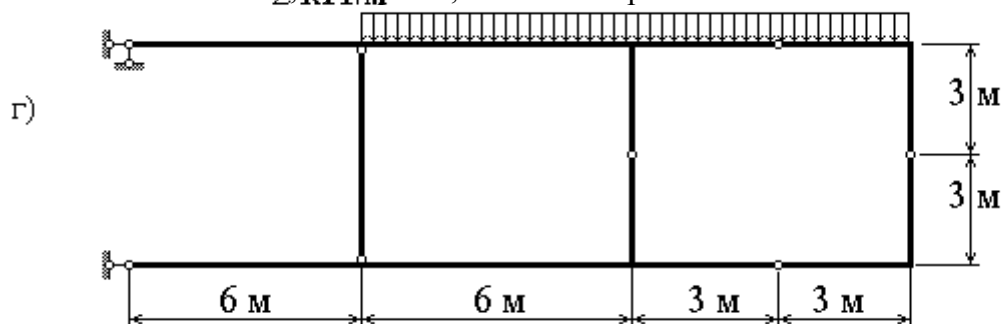


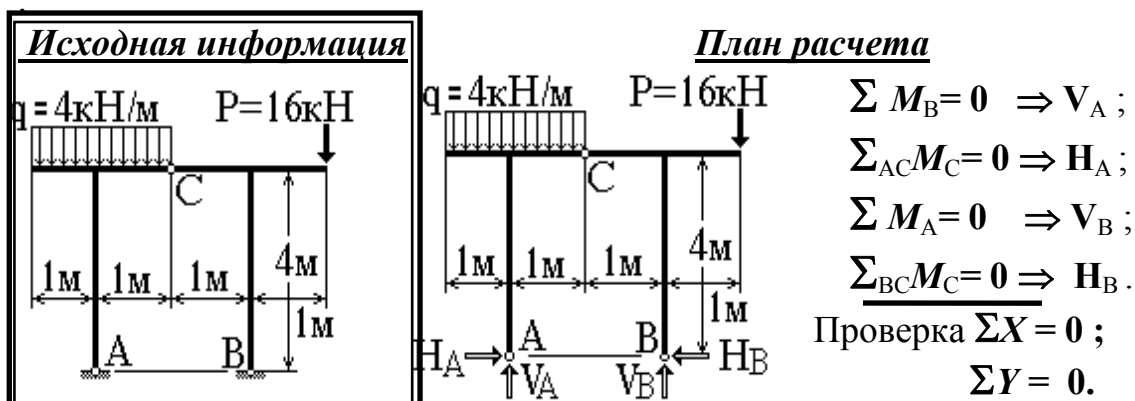
Рис. 1.6. Стержневые сооружения
а, б - рамы; в - комбинированная система



1.3. Определение реактивных усилий по типовым схемам

1.3.1. Использование основной типовой схемы расчета

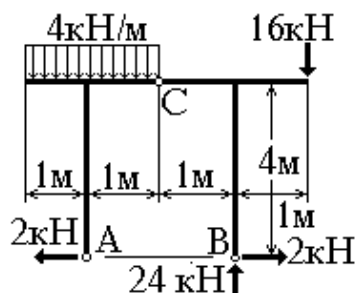
Пример 1.5



Определение величин и направлений реакций

$$\begin{aligned} \sum M_B &= q \cdot 2 \cdot 2 - P \cdot 1 - V_A \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_A = (4 \cdot 2 \cdot 2 - 16 \cdot 1) / 2 = 0 \text{ кН}; \\ \sum_{AC} M_C &= -q \cdot 2 \cdot 1 + V_A \cdot 1 - H_A \cdot 4 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow H_A = - (0 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot 1) / 4 = -2 \text{ кН (изменить направление);} \\ \sum M_A &= q \cdot 2 \cdot 0 + P \cdot 3 - V_B \cdot 2 = 0 \Rightarrow V_B = (4 \cdot 2 \cdot 0 + 16 \cdot 3) / 2 = 24 \text{ кН}; \\ \sum_{BC} M_C &= -P \cdot 2 + V_B \cdot 1 - H_B \cdot 4 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow H_B = (-16 \cdot 2 + 24 \cdot 1) / 4 = -2 \text{ кН (изменить направление).} \end{aligned}$$

Результат



Статическая проверка

$$\begin{aligned} \sum X &= -2 + 2 = 0; \\ \sum Y &= 24 - 4 \cdot 2 - 16 = 0. \end{aligned}$$

Пример 1.6.



План расчета

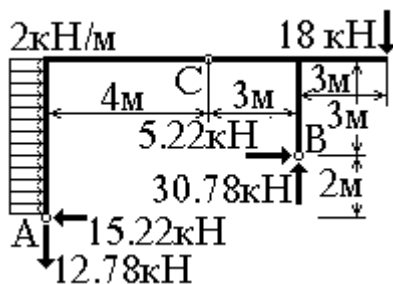
$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 & \Rightarrow V_A; \\ \sum_{AC} M_C = 0 & \Rightarrow H_A; \\ \sum M_A = 0 & \Rightarrow V_B; \\ \sum_{BC} M_C = 0 & \Rightarrow H_B. \end{aligned}$$

Проверка $\sum X = 0;$
 $\sum Y = 0.$

Определение величин и направлений реакций

$$\begin{aligned} \sum M_B &= q \cdot 5 \cdot (5/2 - 2) + P \cdot 3 - H_A \cdot 2 - V_A \cdot 7 = 0 \Rightarrow V_A = 12.78 \text{ кН}; \\ \sum_{AC} M_C &= q \cdot 5 \cdot 5/2 - H_A \cdot 5 + V_A \cdot 4 = 0 \Rightarrow H_A = 15.22 \text{ кН}; \\ \sum M_A &= q \cdot 5 \cdot 5/2 + P \cdot 10 + H_B \cdot 2 - V_B \cdot 7 = 0 \Rightarrow V_B = 30.78 \text{ кН}; \\ \sum_{BC} M_C &= P \cdot 6 - H_B \cdot 3 - V_B \cdot 3 = 0 \Rightarrow H_B = 5.22 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Результат



Статическая проверка

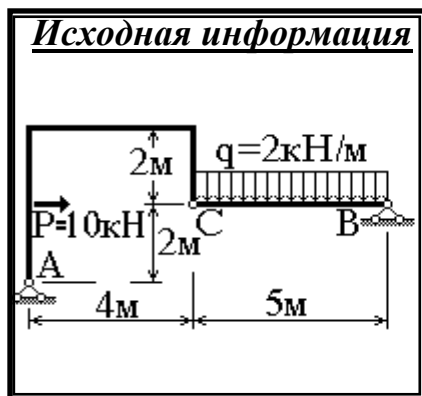
$$\begin{aligned} \sum X &= -15.22 + 5.22 + 2 \cdot 5 = 0; \\ \sum Y &= -18 - 12.78 + 30.78 = 0. \end{aligned}$$

Дополнительно

$$\begin{aligned} \sum M_C &= 18 \cdot 6 - 2 \cdot 5 \cdot 5/2 - 12.78 \cdot 4 + \\ &+ 15.22 \cdot 5 - 30.78 \cdot 3 - 5.22 \cdot 3 = \\ &= 184.10 - 184.12 = -0.02 \approx 0 \end{aligned}$$

ошибка 0.01 %

Пример 1.7.



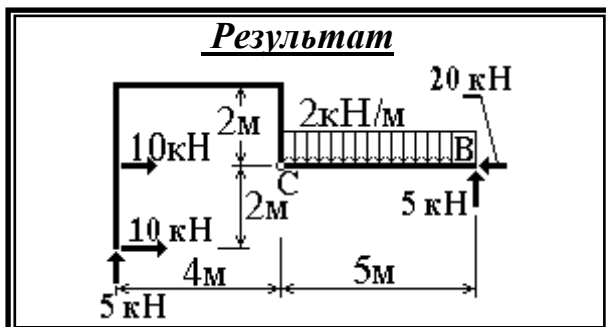
План расчета

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 &\Rightarrow V_A; \\ \sum_{AC} M_C = 0 &\Rightarrow H_A; \\ \sum_{BC} M_C = 0 &\Rightarrow V_B; \\ \sum M_A = 0 &\Rightarrow H_B. \\ \text{Проверка } \sum X &= 0; \\ \sum Y &= 0. \end{aligned}$$

Определение величин и направлений реакций

$$\begin{aligned} \sum M_B = q \cdot 5 \cdot 5 / 2 - V_A \cdot 9 - H_A \cdot 2 = 2 \cdot 5 \cdot 5 / 2 - V_A \cdot 9 - H_A \cdot 2 = 0 &\Rightarrow V_A = 5 \text{ кН}; \\ \sum_{AC} M_C = V_A \cdot 4 - H_A \cdot 2 = 0 &\Rightarrow H_A = 10 \text{ кН}; \\ \sum_{BC} M_C = q \cdot 5 \cdot 5 / 2 - V_B \cdot 5 = 2 \cdot 5 \cdot 5 / 2 - V_B \cdot 5 = 0 &\Rightarrow V_B = 5 \text{ кН}; \\ \sum M_A = P \cdot 2 + q \cdot 5 \cdot (5 / 2 + 4) - V_B \cdot 9 - H_B \cdot 2 = 10 \cdot 2 + 2 \cdot 5 \cdot (5 / 2 + 4) - 5 \cdot 9 - H_B \cdot 2 = 0 &\Rightarrow H_B = 20 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Результат



Статическая проверка

$$\begin{aligned} \sum X &= 10 + 10 - 20 = 0; \\ \sum Y &= 2 \cdot 5 - 5 - 5 = 0. \end{aligned}$$

Пример 1.8. (для самостоятельного решения) Для заданных расчетных схем (рис. 1.7) стержневых систем вычислить опорные реакции и усилия в шарнирах.

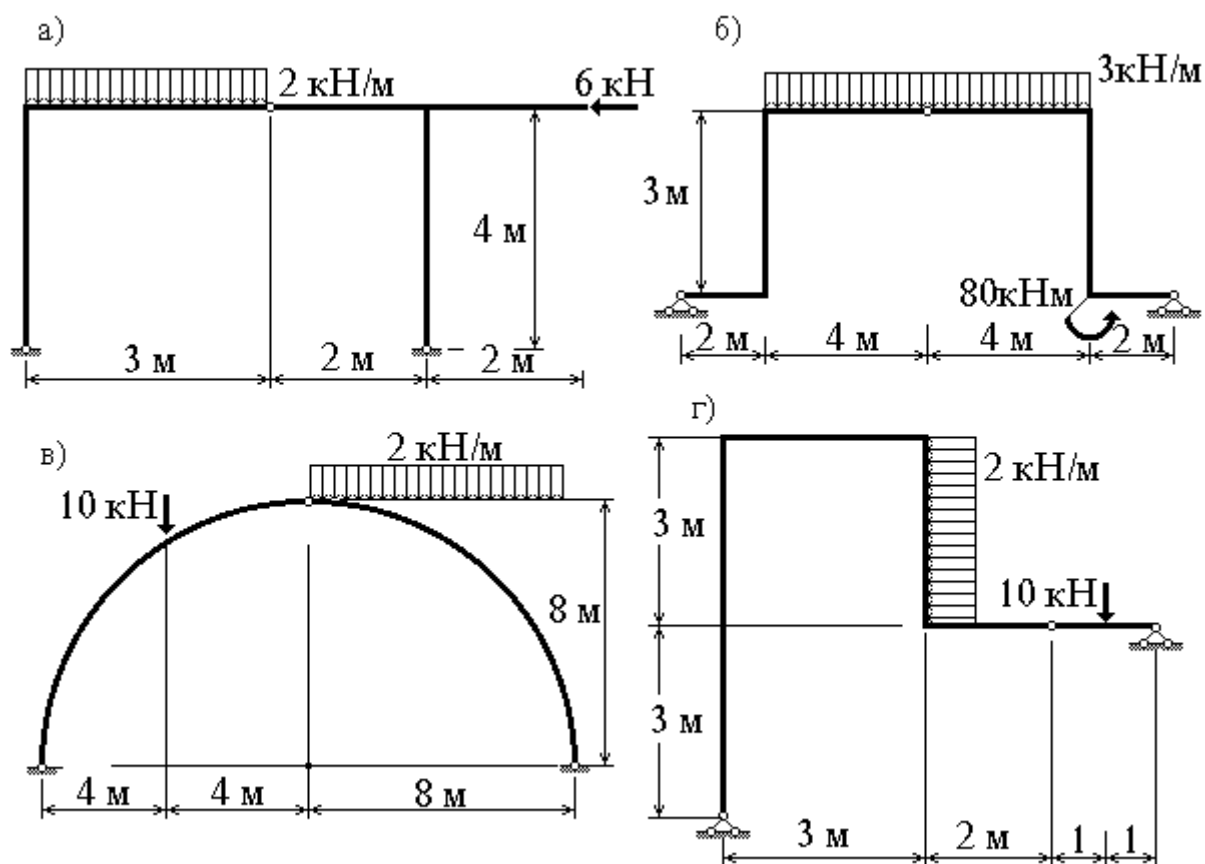
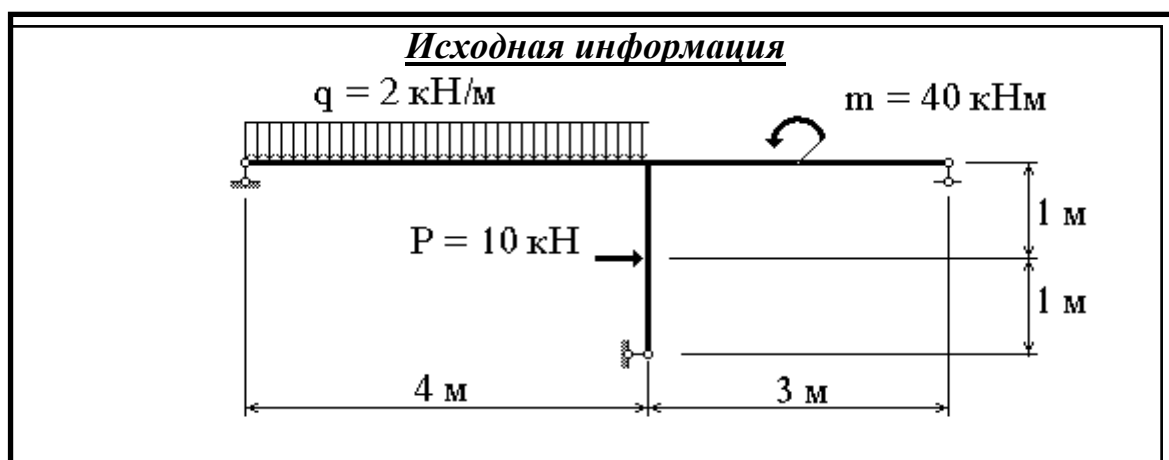


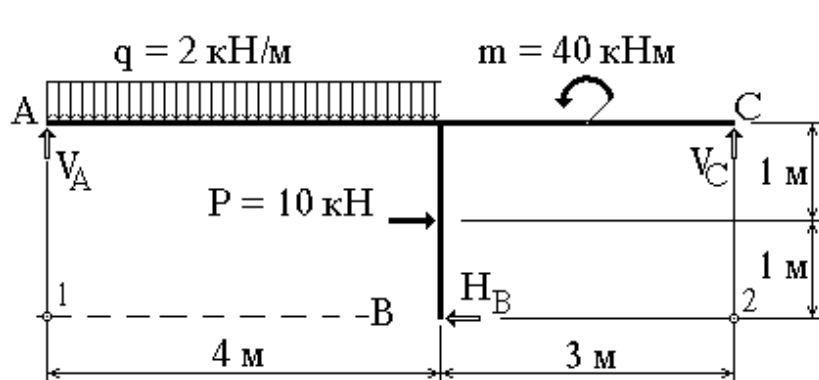
Рис.1.7. Расчетные схемы трехшарнирных систем
а, б, г - рамы; в - арка

1.3.2. Использование частной типовой схемы (тип 1)

Пример 1.9



План расчета



$$\Sigma X = 0 \Rightarrow H_B;$$

$$\Sigma M_1 = 0 \Rightarrow V_C;$$

$$\Sigma M_2 = 0 \Rightarrow V_A.$$

Проверка $\Sigma Y = 0$;
дополнительно

$$\Sigma M_A = 0.$$

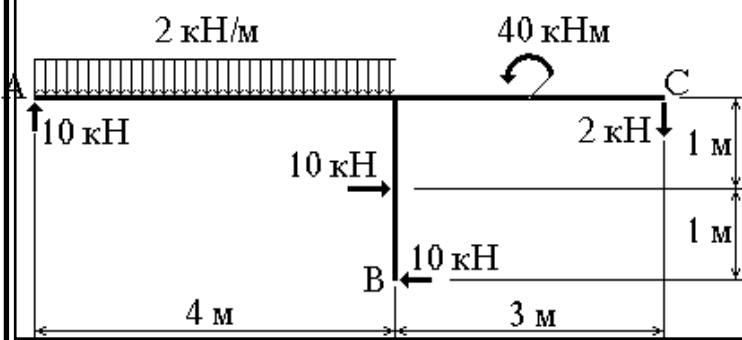
Определение величин и направлений реакций

$$\Sigma X = P - H_B = 10 - H_B = 0 \Rightarrow H_B = 10 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_1 = q \cdot 4 \cdot 4/2 + P \cdot 1 - m - V_C \cdot 7 = 0 \Rightarrow V_C = (2 \cdot 4 \cdot 4/2 + 10 \cdot 1 - 40) / 7 = -2 \text{ кН (изменить направление);}$$

$$\Sigma M_2 = -q \cdot 4 \cdot (4/2 + 3) + P \cdot 1 - m + V_A \cdot 7 = 0 \Rightarrow V_A = (2 \cdot 4 \cdot (4/2 + 3) - 10 \cdot 1 + 40) / 7 = 10 \text{ кН.}$$

Результат



Статическая проверка

$$\Sigma Y = q \cdot 4 + V_A + V_C = 2 \cdot 4 + 10 - 2 = 0;$$

дополнительно

$$\Sigma M_A = 2 \cdot 4 \cdot 2 - 10 \cdot 1 + 10 \cdot 2 - 40 + 2 \cdot 7 = 0.$$

Пример 1.10. (для самостоятельного решения) Для заданных расчетных схем (рис. 1.8) стержневых систем вычислить опорные реакции и усилия в шарнирах, необходимые для определения величин внутренних усилий.

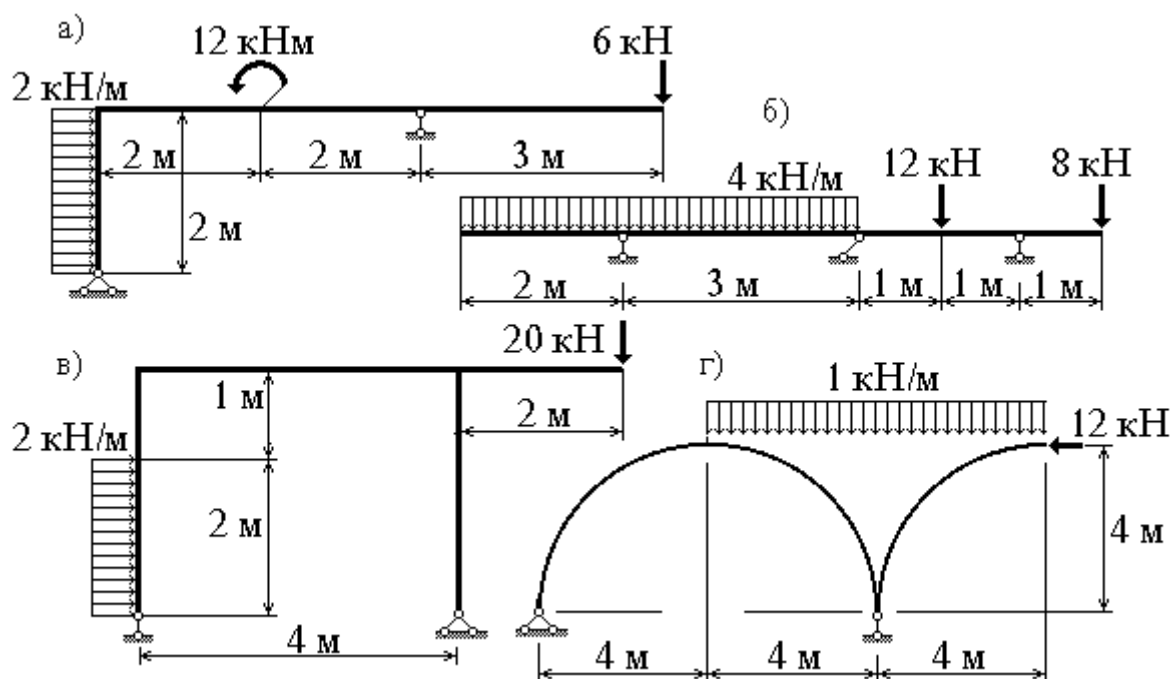


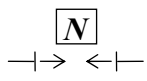
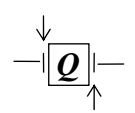
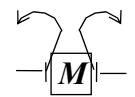
Рис. 1.8. Расчетные схемы стержневых сооружений
а, в - рамы, б - балка, г - арка

1.3.3. Использование частной типовой схемы (тип 2)

Пример 1.11.

<p><u>Исходная информация</u></p>	<p><u>План расчета</u></p> <div style="margin-top: 10px;"> $\sum X_1 = 0 \Rightarrow R_1;$ $\sum X_2 = 0 \Rightarrow R_2.$ </div>
<p><u>Определение величин и направления реакций</u></p> $\sum X_1 = -16 \cos 45^\circ + R_1 = 0 \Rightarrow R_1 = 11.2 \text{ кН}$ $\sum X_2 = -16 \cos 45^\circ + R_2 = 0 \Rightarrow R_2 = 11.2 \text{ кН}$	<p><u>Результат</u></p>

Опорная схема **УСИЛИЯ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В ЗАДАННОМ СЕЧЕНИИ.**

ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ		РЕЗУЛЬТАТ	
Свободный разомкнутый плоский элемент из стержней с заданным сечением под действием самоуравновешенной нагрузки.		Величина и направление (знак) усилий во внутренних макросвязях заданного сечения стержня.	
<u>АЛГОРИТМ</u> 1.Заданным сечением разбить элемент из стержней на две части. 2. К каждой из частей приложить нагрузку и усилия в отброшенных макросвязях. 3. Составить уравнения равновесия одной части (или для проверки - двух частей) элемента. 4. Решить уравнения равновесия и получить величину и знак усилий.	<u>РЕКОМЕНДАЦИИ.</u> В сечении плоского стержня три отбрасываемые макросвязи заменяются продольной, поперечной силами и изгибающим моментом (N , Q , M). Поперечная сила в сечении направляется по нормали к оси стержня в положительную сторону (вращает отсеченную часть по часовой стрелке). Продольная сила направляется по касательной к оси стержня в сторону растяжения (от сечения). Изгибающий момент направляется произвольно. К двум частям системы стержней усилия прикладываются в противоположные стороны. При составлении уравнений равновесия все силы проецируются на оси, совпадающие с касательной и нормалью к оси стержня. Моментная точка совпадает с центром тяжести сечения. Знак усилий получается из решения системы уравнений равновесия, автоматически, если они направляются в положительные стороны (см. таблицу ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ ЗНАКИ УСИЛИЙ).	При определении растянутого волокна в изгибаемом стержне необходимо в рассматриваемом сечении поставить защемление, построить схему изогнутой оси стержня от заданной нагрузки, растянутые волокна находятся на выпуклой стороне.	
		Таблица ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ ЗНАКИ УСИЛИЙ.	
		Усилие	продольная сила (N)
направление	растяжение	вращает по часовой стрелке	строится на растянутых волокнах
схема приложения			

Опорная схема ЭПЮРЫ. ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР УСИЛИЙ.

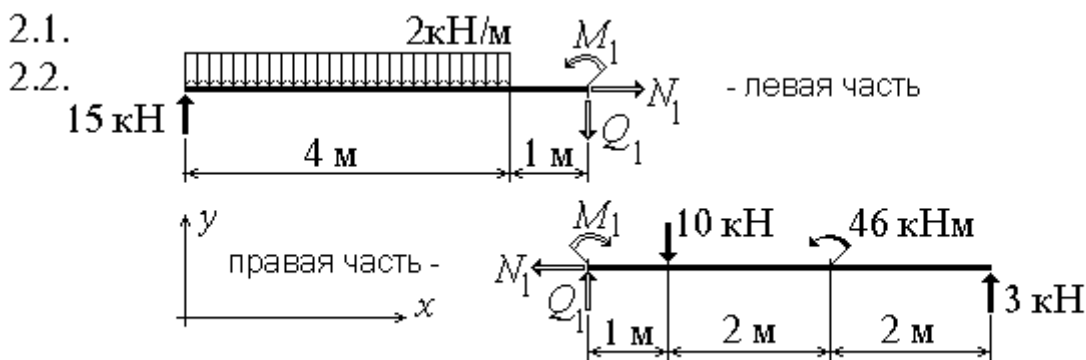
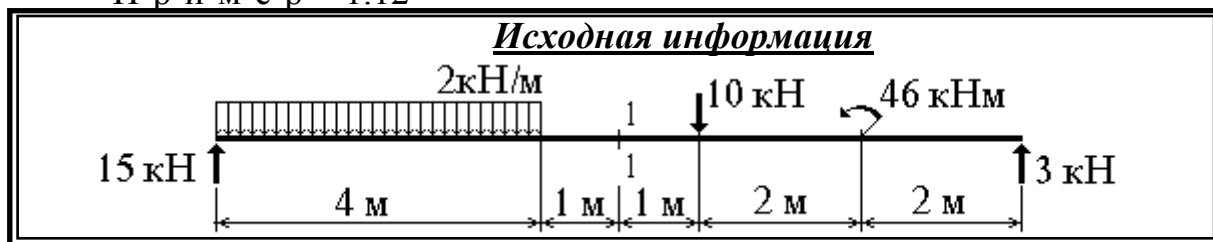
ИСХОДНАЯ ИНФОРМАЦИЯ		РЕЗУЛЬТАТ																													
Свободный разомкнутый плоский элемент из стержней под действием самоуравновешенной нагрузки.		Графики изменения усилий вдоль осей стержней элемента - э п ю р ы усилий.																													
<div>АЛГОРИТМ</div> <div>1. Наметить расчетные сечения по длине стержней в соответствии с ожидаемым очертанием эпюр.</div> <div>2. Решить задачу определения усилий в заданных расчетных сечениях по опорной схеме УСИЛИЯ .</div> <div>3. Построить эпюры усилий, учитывая соответствие их нагрузке (см. таблицу ОЧЕРТАНИЕ ЭПЮР).</div> <div>4. Провести статическую проверку построенных эпюр.</div>	<div>РЕКОМЕНДАЦИИ</div> <div>Расчетные сечения намечаются у мест приложения сосредоточенных нагрузок, участка, нагруженного распределенной нагрузкой, в том числе в местах изменения ее интенсивности.</div> <div>Задача определения усилий (см. опорную схему УСИЛИЯ) при построении эпюр должна решаться мысленно, записываются только уравнения равновесия и их решение.</div> <div>Ординаты эпюр откладываются в масштабе перпендикулярно осям стержней элемента.</div> <div>Соединяются линиями в соответствии с нагрузкой (см. табл. ОЧЕРТАНИЕ ЭПЮР).</div> <div>Правильность построения эпюр проверяется условиями равновесия любой части элемента при действии на него внешних сил и внутренних усилий, снятых с эпюр.</div> <div><div></div><div>Таблица ОЧЕРТАНИЕ ЭПЮР.</div></div> <table><tr><th>нагрузка</th><th>продольная сила N</th><th>поперечная сила Q</th><th>изгибающий момент M</th></tr><tr><td>Дифференциальная зависимость</td><td>$dN / dz = q_z$</td><td>$dQ / dz = q_y$</td><td>$d^2 M / dz^2 = q_y$</td></tr><tr><td>Участок не загружен</td><td>постоянна</td><td>постоянна</td><td>линейное</td></tr><tr><td>Участок загружен распределенной нагрузкой $q_y = q, q_z = 0$</td><td>линейное</td><td>линейное</td><td>парабола, направленная выпуклостью в сторону действия нагрузки</td></tr><tr><td>Точки под сосредоточенной силой</td><td>скачок на проекцию силы на касательную</td><td>скачок на проекцию силы на нормаль</td><td>излом в сторону действия силы</td></tr><tr><td>-на границе распределенной нагрузки и незагруженного участка</td><td>излом без разрыва</td><td>излом без разрыва</td><td>плавный переход</td></tr><tr><td>- под сосредоточенным моментом</td><td>не изменяется</td><td>не изменяется</td><td>скачок на величину момента</td></tr></table>			нагрузка	продольная сила N	поперечная сила Q	изгибающий момент M	Дифференциальная зависимость	$dN / dz = q_z$	$dQ / dz = q_y$	$d^2 M / dz^2 = q_y$	Участок не загружен	постоянна	постоянна	линейное	Участок загружен распределенной нагрузкой $q_y = q, q_z = 0$	линейное	линейное	парабола, направленная выпуклостью в сторону действия нагрузки	Точки под сосредоточенной силой	скачок на проекцию силы на касательную	скачок на проекцию силы на нормаль	излом в сторону действия силы	-на границе распределенной нагрузки и незагруженного участка	излом без разрыва	излом без разрыва	плавный переход	- под сосредоточенным моментом	не изменяется	не изменяется	скачок на величину момента
	нагрузка	продольная сила N	поперечная сила Q	изгибающий момент M																											
	Дифференциальная зависимость	$dN / dz = q_z$	$dQ / dz = q_y$	$d^2 M / dz^2 = q_y$																											
	Участок не загружен	постоянна	постоянна	линейное																											
	Участок загружен распределенной нагрузкой $q_y = q, q_z = 0$	линейное	линейное	парабола, направленная выпуклостью в сторону действия нагрузки																											
Точки под сосредоточенной силой	скачок на проекцию силы на касательную	скачок на проекцию силы на нормаль	излом в сторону действия силы																												
-на границе распределенной нагрузки и незагруженного участка	излом без разрыва	излом без разрыва	плавный переход																												
- под сосредоточенным моментом	не изменяется	не изменяется	скачок на величину момента																												

1.4 Определение усилий в заданном сечении и построение эпюр усилий в плоских стержневых системах

1.4.1. Определение усилий в заданном сечении стержня

Разберем несколько простейших элементов стержневых систем. Во всех примерах необходимо определить усилия в заданном сечении 1-1. Решение будем проводить в точном соответствии с опорной схемой **УСИЛИЯ**.

Пример 1.12



Определение усилий в сечении 1-1

2.3. Условия равновесия левой части

$$\sum X = N_1 = 0,$$

$$\sum Y = 15 - 2 \cdot 4 - Q_1 = 0,$$

$$\sum m_1 = -15 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot (4/2 + 1) + M_1 = 0,$$

2.4. Решение

$$N_1 = 0;$$

$$Q_1 = 7 \text{ кН};$$

$$M_1 = 51 \text{ кНм}.$$

Для проверки.

Условия равновесия правой части

$$\sum X = N_1 = 0,$$

$$\sum Y = Q_1 - 10 + 3 = 0,$$

$$\sum m_1 = -M_1 - 10 \cdot 1 + 3 \cdot 5 + 46 = 0,$$

$$N_1 = 0;$$

$$Q_1 = 7 \text{ кН};$$

$$M_1 = 51 \text{ кНм}.$$

Результаты

Продольная сила в сечении 1-1 отсутствует ($N_1 = 0$),

Поперечная сила положительна и равна $Q_1 = 7 \text{ кН}$,

Изгибающий момент, растягивающий нижние волокна, равен $M_1 = 51 \text{ кНм}$

Условия равновесия, ввиду того, что в них входит одно неизвестное усилие с коэффициентом равным единице, удобно записывать разрешенными относительно этого усилия. Для этого необходимо перенести неизвестное в левую часть с обратным знаком, а сумму внешних сил записать в правой части. Тогда решение уравнений сведется к подсчету результатов действий в правой части. В примере 1.12, например,

$$\begin{aligned}\Sigma X &= 0 \text{ или } N_1 = 0, & \rightarrow N_1 &= 0; \\ \Sigma Y &= 0 \text{ или } Q_1 = 15 - 2 \cdot 4, & \rightarrow Q_1 &= 7 \text{ кН}; \\ \Sigma m_1 &= 0 \text{ или } M_1 = 15 \cdot 5 - 2 \cdot 4 \cdot (4/2 + 1), & \rightarrow M_1 &= 51 \text{ кНм}.\end{aligned}$$

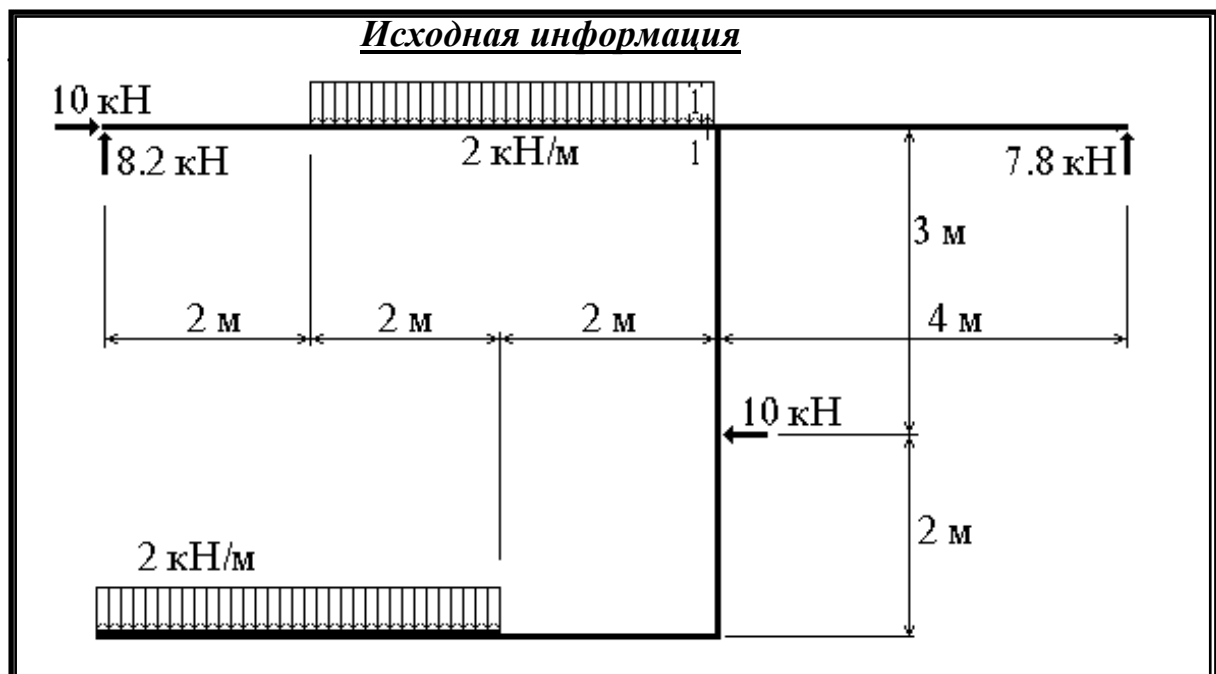
Из такого способа нахождения усилий формулируются правила определения величин усилий.

Изгибающий момент в сечении численно равен сумме статических моментов сил, находящихся по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести сечения.

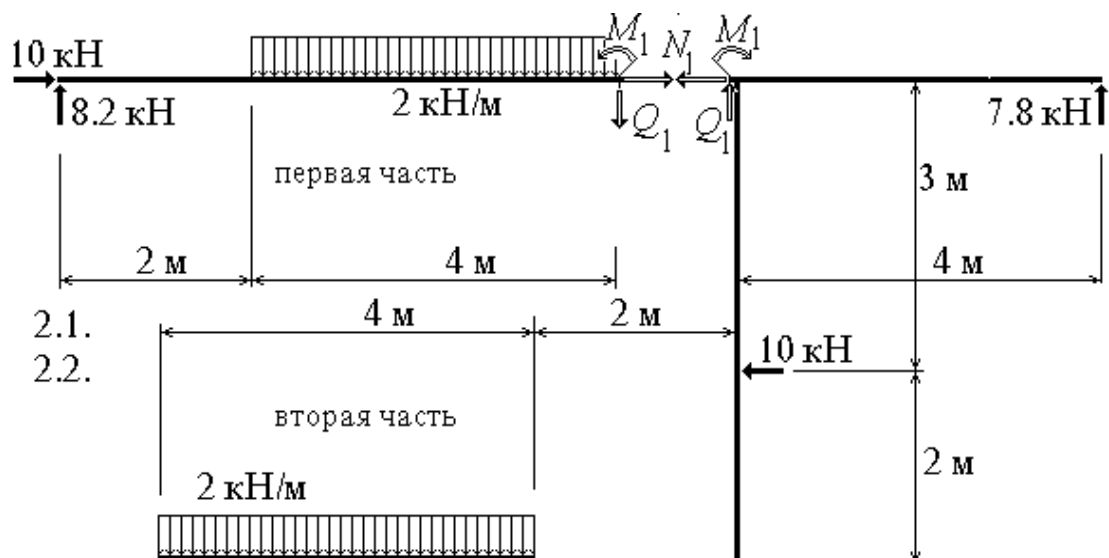
Поперечная сила в сечении численно равна сумме проекций сил, находящихся по одну сторону от сечения, на нормаль к оси стержня в сечении.

Продольная сила в сечении численно равна сумме проекций сил, находящихся по одну сторону от сечения, на касательную к оси стержня в сечении.

Пример 1.13



Определение усилий в сечении 1-1



2.3. Условия равновесия первой части

$$\Sigma X = 0 \text{ или } N_1 = -10,$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ или } Q_1 = 8.2 - 2 \cdot 4,$$

$$\Sigma m_1 = 0 \text{ или } M_1 = 8.2 \cdot 6 - 2 \cdot 4 \cdot 4/2,$$

2.4. Решение

$$\rightarrow N_1 = -10 \text{ кН};$$

$$\rightarrow Q_1 = 0.2 \text{ кН};$$

$$\rightarrow M_1 = 33.2 \text{ кНм}$$

Результаты

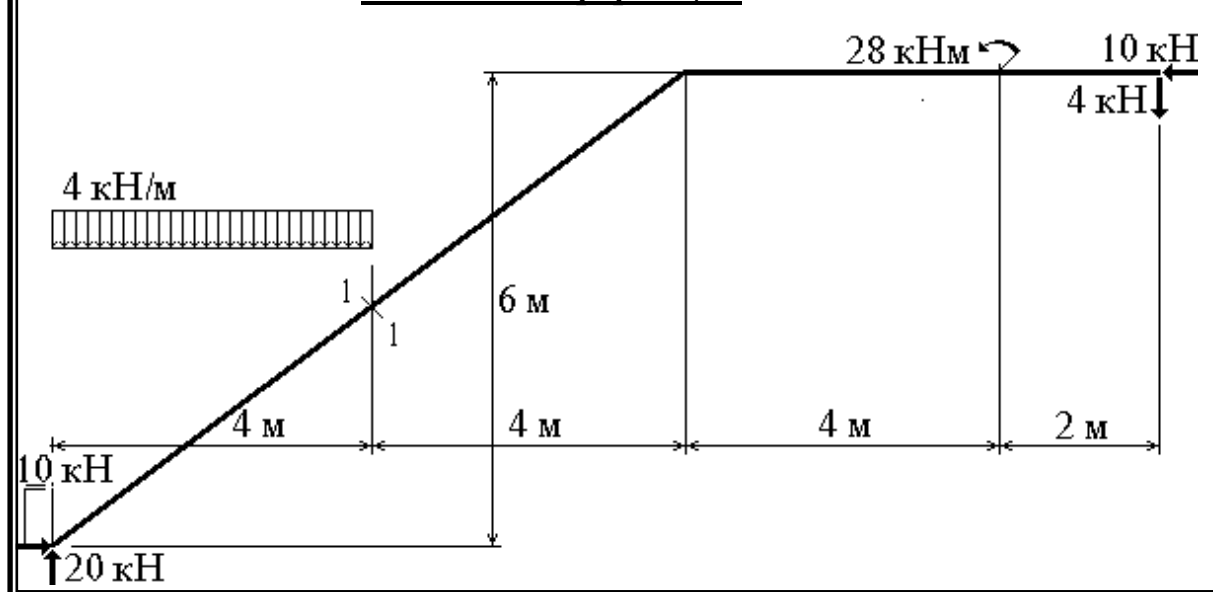
Продольная сила в сечении 1-1 сжимает стержень ($N_1 = -10$ кН),

Поперечная сила положительна и равна $Q_1 = 0.2$ кН,

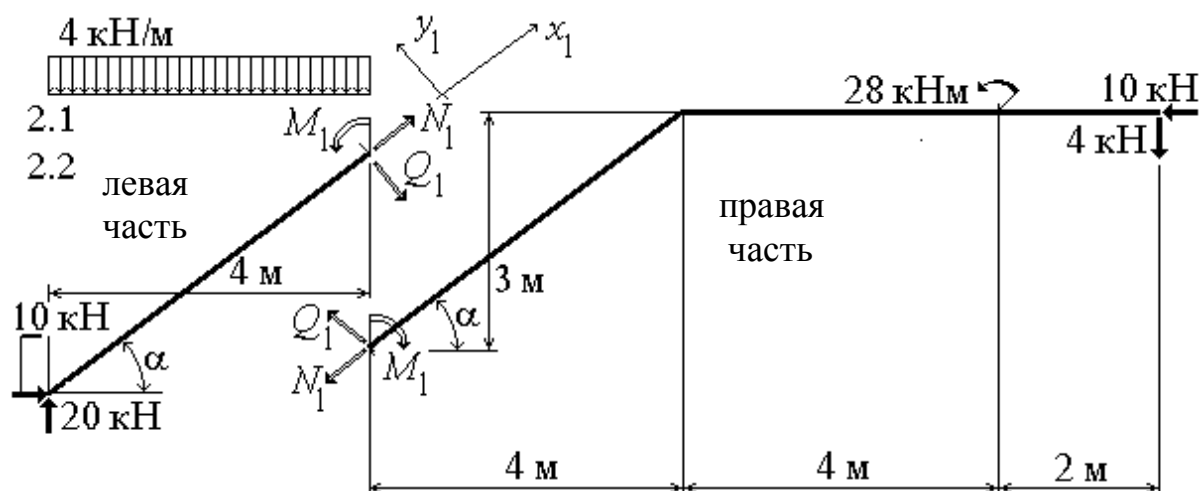
Изгибающий момент, растягивающий нижние волокна, равен $M_1 = 33.2$ кНм.

Пример 1.14

Исходная информация



Определение усилий в сечении 1-1



2.3. Условия равновесия левой части

$$\Sigma X_1 = 0 \text{ или } N_1 = 4 \cdot 4 \cdot \sin \alpha - 10 \cdot \cos \alpha - 20 \cdot \sin \alpha, \rightarrow N_1 = -10.4 \text{ кН};$$

$$\Sigma Y_1 = 0 \text{ или } Q_1 = 20 \cdot \cos \alpha - 10 \cdot \sin \alpha - 4 \cdot 4 \cdot \cos \alpha, \rightarrow Q_1 = -2.8 \text{ кН};$$

$$\Sigma m_1 = 0 \text{ или } M_1 = -20 \cdot 4 + 10 \cdot 3 + 4 \cdot 4 \cdot 4/2, \rightarrow M_1 = -18 \text{ кНм};$$

$$(\cos \alpha = 0.8, \sin \alpha = 0.6).$$

2.4. Решение

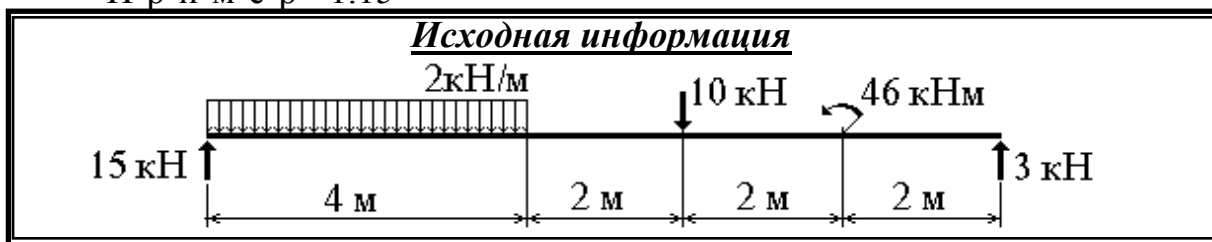
Результаты

Продольная сила в сечении 1-1 сжимает стержень ($N_1 = -10.4$ кН),
 Поперечная сила отрицательная равна $Q_1 = -2.8$ кН,
 Изгибающий момент, растягивающий нижние волокна, равен по абсолютной величине $M_1 = 18$ кНм.

1.4.2. Построение эпюр усилий

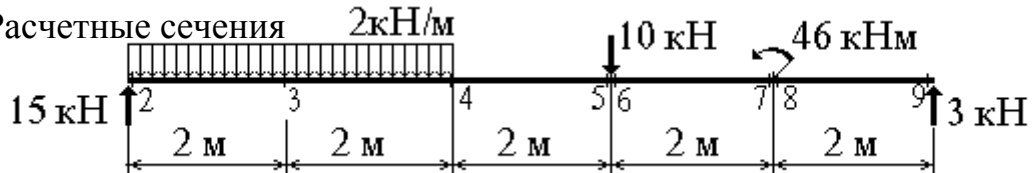
Процедура построения эпюр мало отличается от построения любого графика (опорная схема ЭПЮРЫ). Особенностью ее является лишь то, что одной из координат является ось стержня. Ординаты усилий откладываются в соответствующем масштабе усилий перпендикулярно этой оси. При сложных очертаниях оси сооружения возможны накладки эпюр, разрывы или искривления графиков в соответствии с очертанием оси, а не нагрузкой. Для удобства прочтения эпюр их принято штриховать в направлении отложенных ординат (перпендикулярно оси стержней).

Пример 1.15



Построение эпюр усилий

1. Расчетные сечения



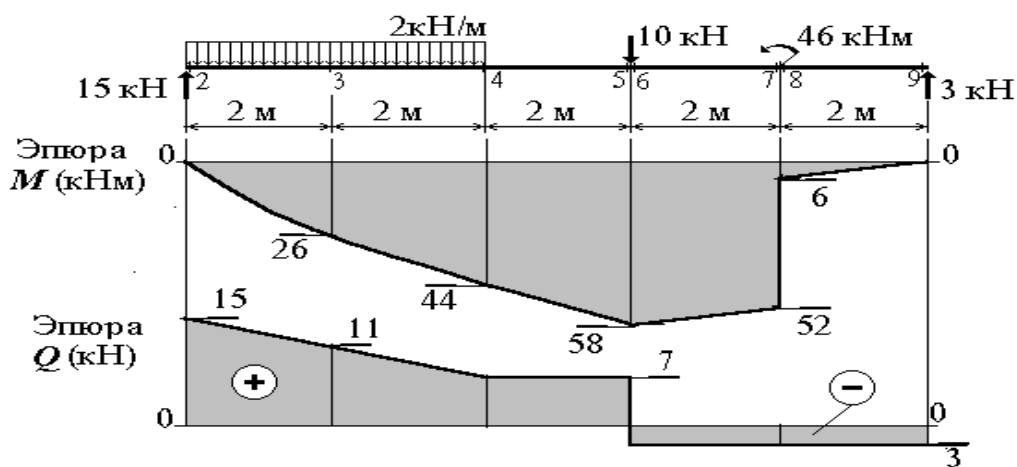
2. Усилия в расчетных сечениях

Ном. сеч. (часть)	Изгибающий момент (М, кНм) (растянутые волокна)	Поперечная сила (Q, кН)	Продольная сила (N, кН)
2 (левая)	0	15	0
3(левая)	$15 \cdot 2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 = 26$ (нижние)	$15 - 2 \cdot 2 = 11$	0
4(левая)	$15 \cdot 4 - 2 \cdot 4 \cdot 2 = 44$ (нижние)	$15 - 2 \cdot 4 = 7$	0
5(левая)	$15 \cdot 6 - 2 \cdot 4 \cdot 4 = 58$ (нижние)	$15 - 2 \cdot 4 = 7$	0
6(правая)	$3 \cdot 4 + 46 = 58$ (нижние)	-3	0
7(правая)	$3 \cdot 2 + 46 = 52$ (нижние)	-3	0
8(правая)	$3 \cdot 2 = 6$ (нижние)	-3	0
9(правая)	0	-3	0

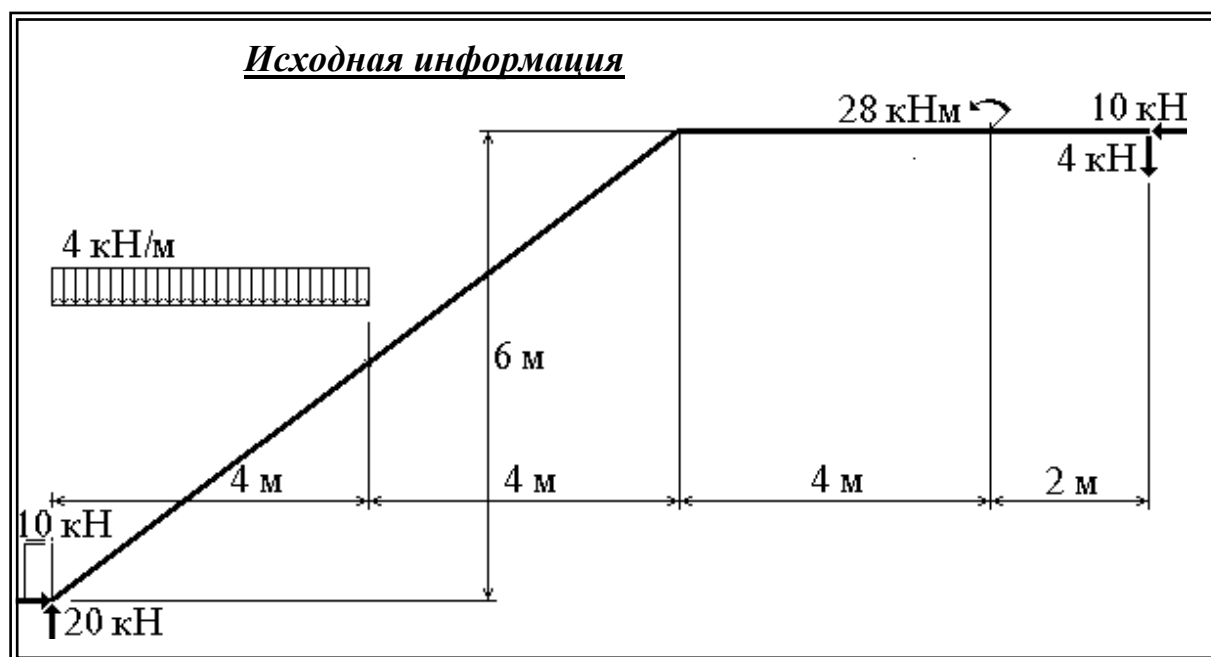
3 Очертание эпюр на участках и в точках

Номер участка или точки	Эпюра изгибающих моментов	Эпюра поперечных сил
2 - 4	парабола выпуклостью вниз	прямая
4 - 5	прямая	параллельна оси
6 - 7	прямая	параллельна оси
8 - 9	прямая	параллельна оси
4	плавный переход параболы в прямую	излом
5,6	излом вниз	скачок
7,8	скачок	без изменения

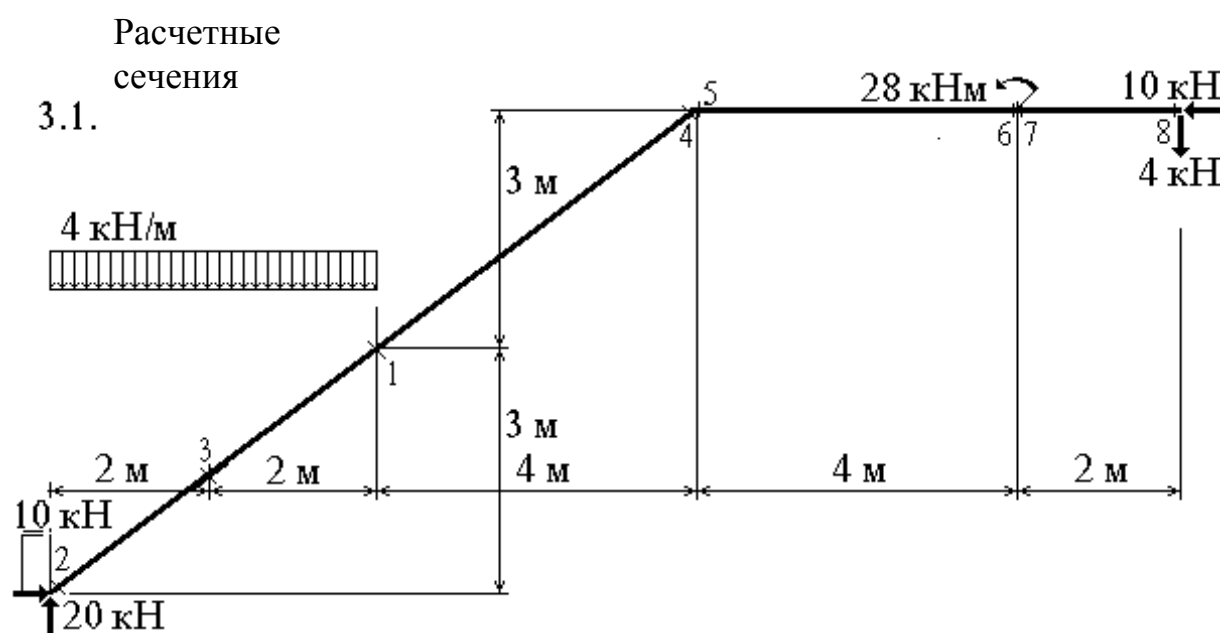
Результаты



Пример 1.17



Построение эпюр усилий



2. Усилия в расчетных сечениях

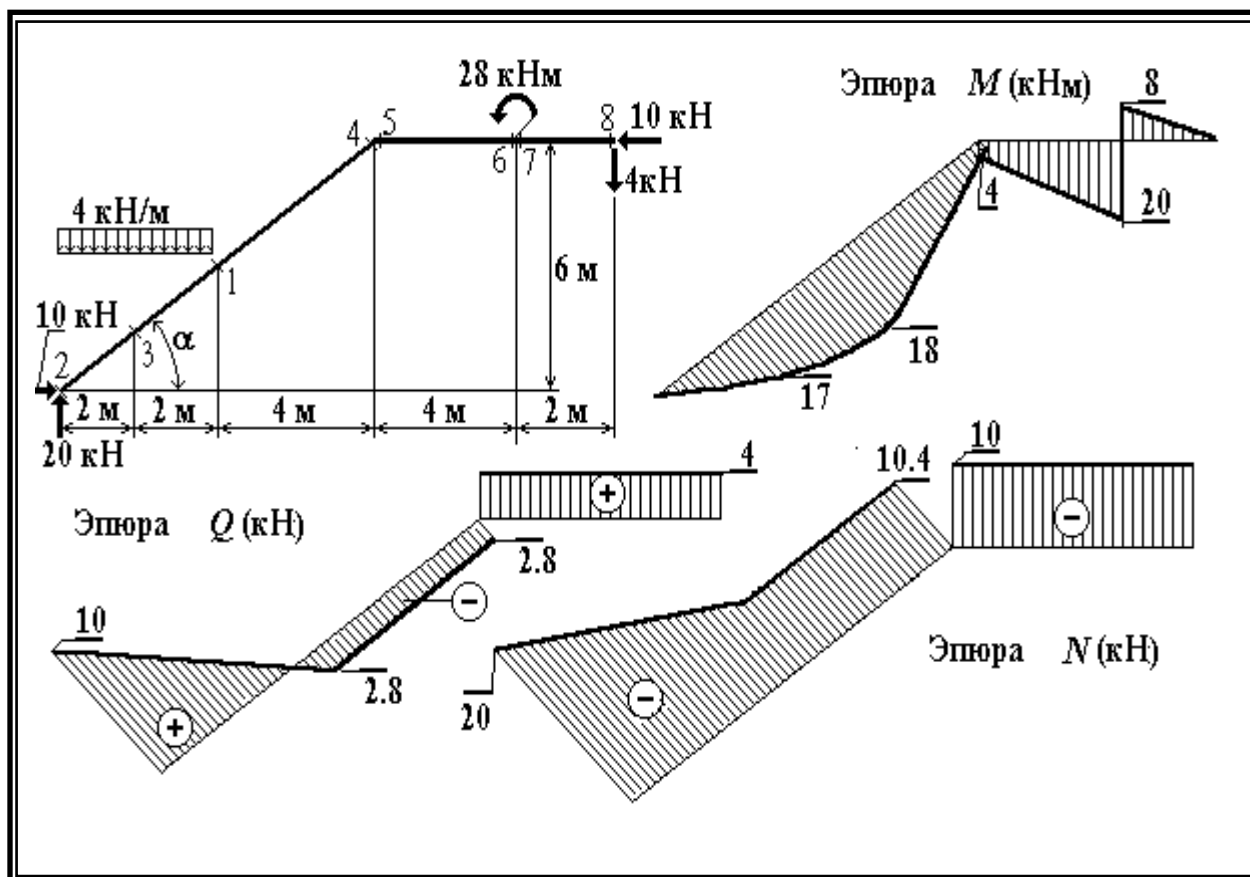
$$(\cos \alpha = 0.8, \sin \alpha = 0.6)$$

Ном. сеч. (часть)	Изгибающий момент (М, кНм) (растянутые волокна)	Поперечная сила (Q, кН)	Продольная сила (N, кН)
2 (левая)	0	$20 \cdot 0.8 -$ $-10 \cdot 0.6 = 10$	$-20 \cdot 0.6 -$ $-10 \cdot 0.8 = -20$
3(левая)	$20 \cdot 2 - 10 \cdot 1.5 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 17$ (нижние)	$(20 - 4 \cdot 2) \cdot 0.8$	$-(20 - 4 \cdot 2) \cdot 0.6$
	$20 \cdot 4 - 10 \cdot 3 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 18$ (нижние)	$-10 \cdot 0.6 = 3.6$	$-10 \cdot 0.8 = -15.2$
1(левая)	$28 - 4 \cdot 6 = 4$ (нижние)	$(20 - 4 \cdot 4) \cdot 0.8$	$-(20 - 4 \cdot 2) \cdot 0.6$
	$28 - 4 \cdot 6 = 4$ (нижние)	$-10 \cdot 0.6 = -2.8$	$-10 \cdot 0.8 = -10.4$
4(правая)	$28 - 4 \cdot 2 = 20$ (нижние)	$4 \cdot 0.8 - 10 \cdot 0.6 =$	$-4 \cdot 0.6 - 10 \cdot 0.8 =$
5(правая)	$-4 \cdot 2 = -8$ (верхние)	$= -2.8$	$= -10.4$
6(правая)	0	4	-10
7(правая)		4	-10
8(правая)		4	-10

4. Очертание эпюр на участках и в точках

Номер участка, точки	Эпюра изгибающих моментов	Эпюра поперечных сил	Эпюра продольных сил
2-3-1	парабола выпуклостью вниз	прямая	прямая
1-4	прямая	параллельна оси	параллельна оси
5-6	прямая	параллельна оси	параллельна оси
7-8	прямая	параллельна оси	параллельна оси
3	плавный переход	излом	излом
6,7	параболы в прямую скачок	не меняется	не меняется

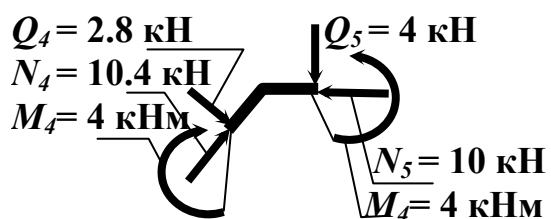
Результат



Статическая проверка построенных эпюр

Узел крепления стойки и ригеля

($\cos \alpha = 0.8$; $\sin \alpha = 0.6$)



$$\begin{aligned} \sum X &= N_4 \cdot \cos \alpha + Q_4 \cdot \sin \alpha - N_5 = \\ &= 10.4 \cdot 0.8 + 2.8 \cdot 0.6 - 10 = 0; \\ \sum Y &= N_4 \cdot \sin \alpha - Q_4 \cdot \cos \alpha - Q_5 = \\ &= 10.4 \cdot 0.6 - 2.8 \cdot 0.8 - 4 = 0; \\ \sum m &= M_4 - M_5 = 4 - 4 = 0 \end{aligned}$$

Пример 1. 18. (для самостоятельного решения) Построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил в самоуравновешенных частях балок, ортогональных рам и рам с наклонными ригелями, изображенными на рисунке 1.9.

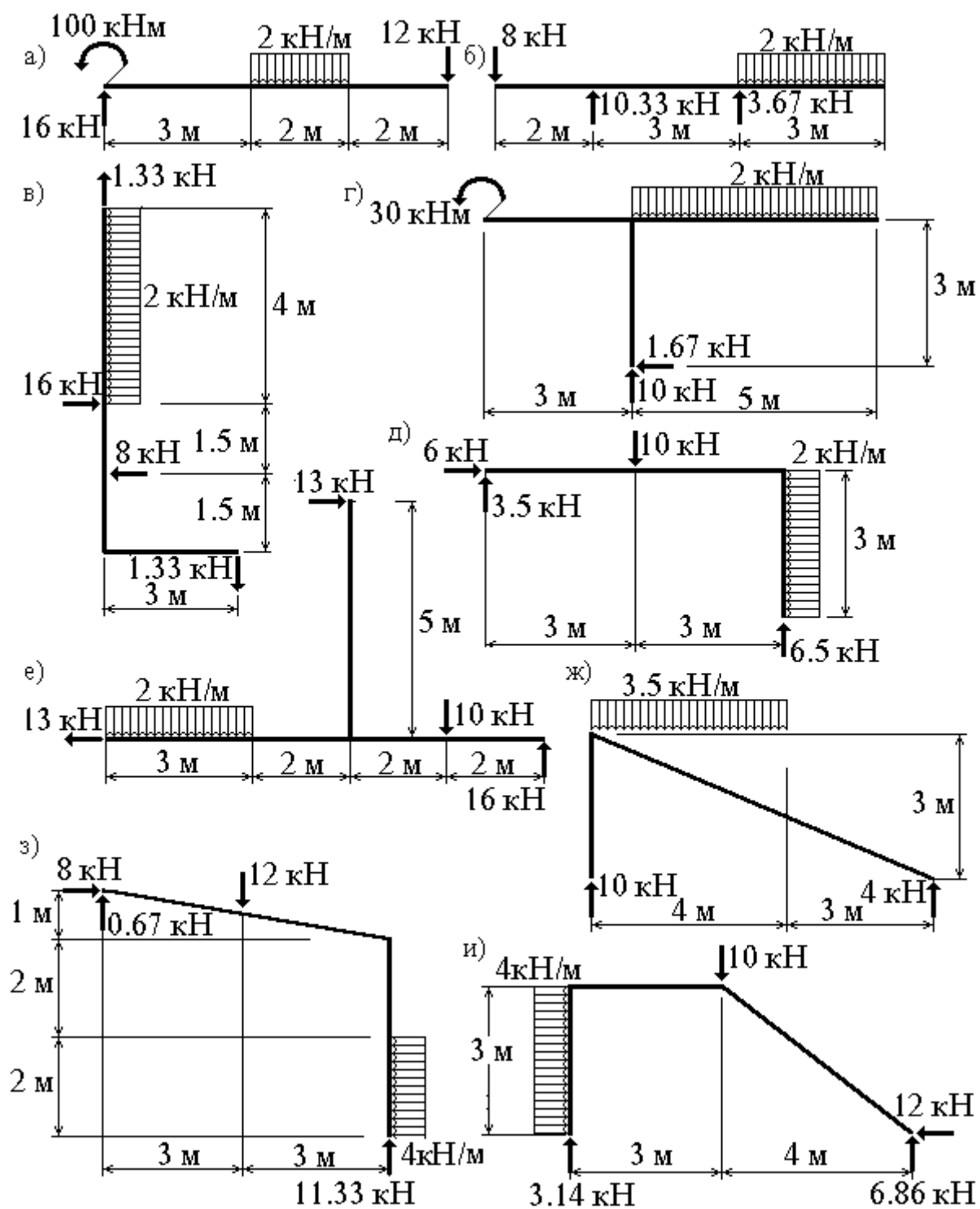


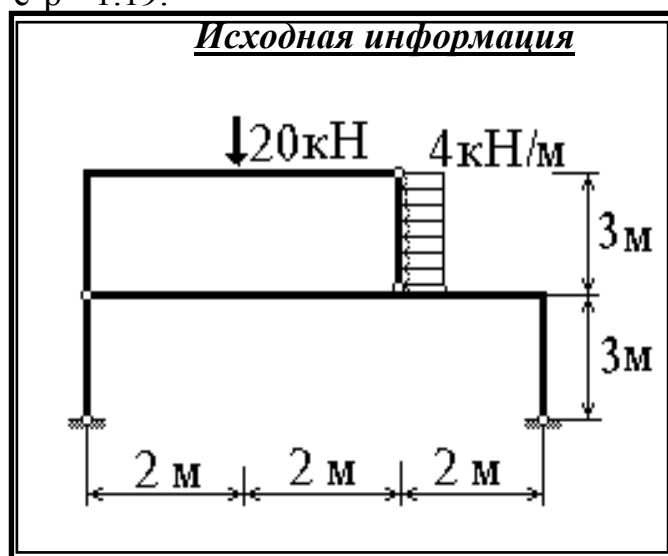
Рис. 1.9. Балки (а, б), ортогональные рамы (в, г, д, е) и рамы с наклонными ригелями (ж, з, и)

1.5. Решение основной задачи строительной механики для плоских стержневых систем

Овладев отдельными элементами расчета, возможно приступить к решению общей задачи. Расчет включает формирование элементов из стержней (опорная схема **ФОРМИРОВАНИЕ**), определение реакций в опорах и шарнирах (опорная схема **РЕАКЦИИ**), выбор разомкнутых элементов и построение эпюр (опорные схемы **УСИЛИЯ** и **ЭПЮРЫ**). Результаты предыдущего этапа являются исходной информацией последующего. После накопления навыков расчета по опорным схемам некоторые процедуры становятся очевидными и их можно выполнять мысленно.

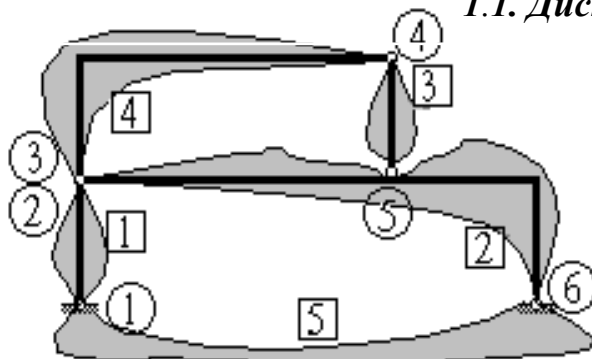
В ниже рассмотренных примерах необходимо определить реактивные усилия и построить эпюры внутренних усилий.

Пример 1.19.



Решение. 1- Формирование элементов из стержней

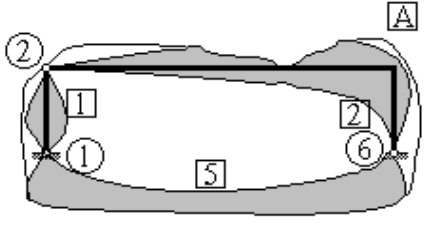
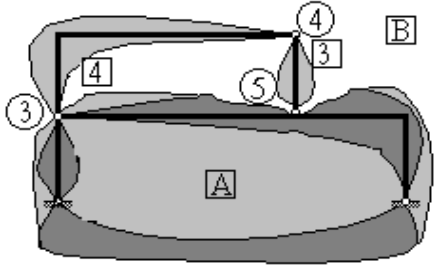
1.1. Диски и шарниры



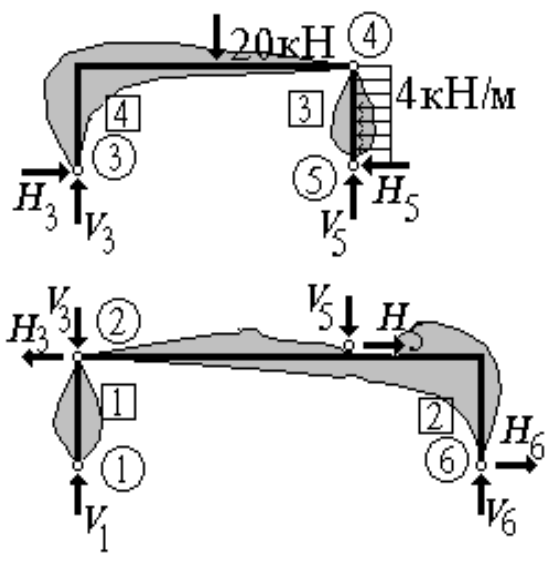
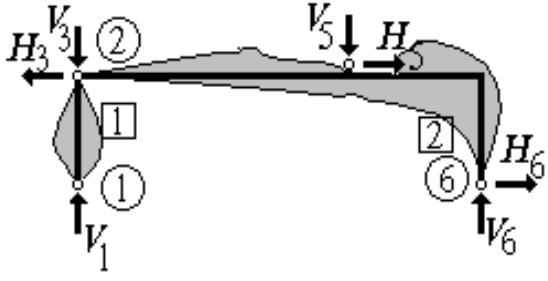
Обозначения

■ 5 - диск; ⌘ 2 - шарнир

2. Карта сборки

№ этапа	Формирование шарнирных треугольников			
	обозначение нового диска	соединяемые диски	шарниры	схемы новых дисков
1	A	1, 2, 5	1, 2, 6	
2	B	A, 3, 4	3, 4, 5	

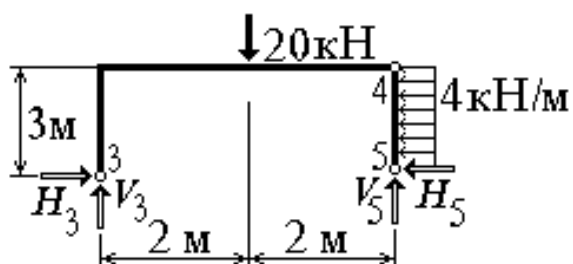
1.3. Последовательность расчета

№ эта-па	Схема элемента	Определяемые реакции	Примечания, тип элемента (обозначение его)
1		V_5, V_3, H_5, H_3	основной тип (элемент первый)
2		H_6, V_1, V_6	частный тип 1 (элемент второй)

Элемент первый

2 - В ы ч и с л е н и е р е а к ц и й

2.1. План расчета



$$\Sigma M_5 = 0 \Rightarrow V_3;$$

$$\Sigma_{34} M_4 = 0 \Rightarrow H_3;$$

$$\Sigma M_3 = 0 \Rightarrow V_5;$$

$$\Sigma_{45} M_4 = 0 \Rightarrow H_5.$$

$$\text{Проверка } \Sigma X = 0;$$

$$\Sigma Y = 0$$

2.2. Определение величин и направления реакций

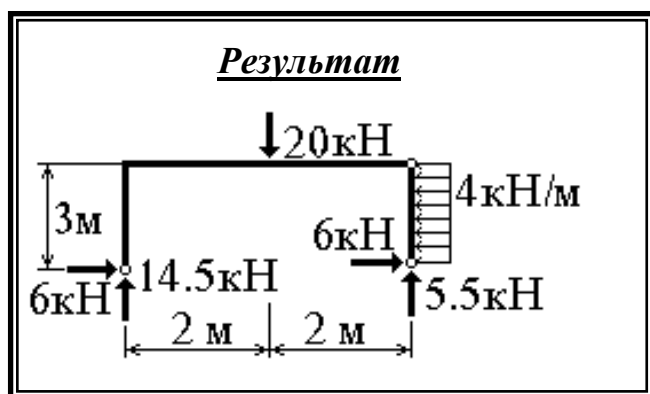
$$\Sigma M_5 = 4 \cdot 3 \cdot 1.5 + 20 \cdot 2 - V_3 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_3 = (4 \cdot 3 \cdot 1.5 + 20 \cdot 2) / 4 = 14.5 \text{ кН};$$

$$\Sigma_{34} M_4 = -20 \cdot 2 + V_3 \cdot 4 - H_3 \cdot 3 = 0 \Rightarrow H_3 = (-20 \cdot 2 + 14.5 \cdot 4) / 3 = 6 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_3 = -4 \cdot 3 \cdot 1.5 + 20 \cdot 2 - V_5 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_5 = (-4 \cdot 3 \cdot 1.5 + 20 \cdot 2) / 4 = 5.5 \text{ кН};$$

$$\Sigma_{45} M_4 = 4 \cdot 3 \cdot 1.5 + H_5 \cdot 3 = 0 \Rightarrow H_5 = -4 \cdot 3 \cdot 1.5 / 3 = -6 \text{ кН}$$

(изменить направление).



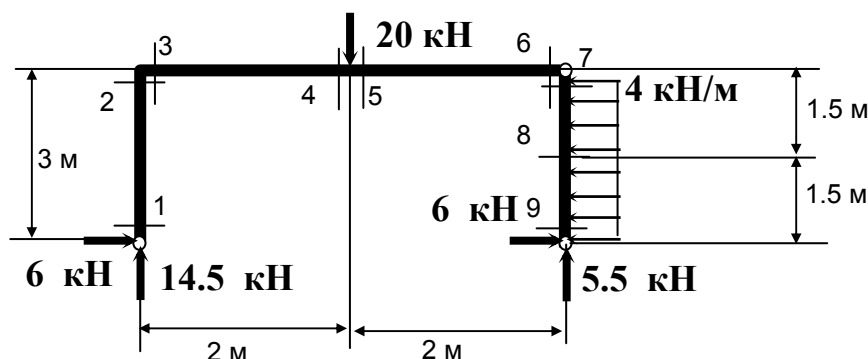
Статическая проверка

$$\Sigma X = -6 - 6 + 4 \cdot 3 = 0;$$

$$\Sigma Y = 20 - 14.5 - 5.5 = 0.$$

3 - П о с т р о е н и е э п ю р у с и л и й

3.1. Расчетные сечения

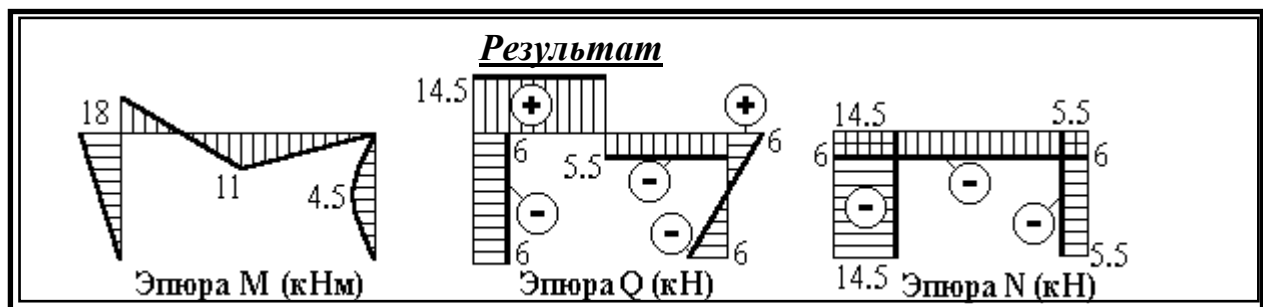


3.2. Усилия в расчетных сечениях

Ном.сеч. (часть)	Изгибающий момент (М, кНм) (растянутые волокна)	Поперечная сила (Q, кН)	Продольная сила (N, кН)
1(нижняя)	0	-6	-14.5
2(нижняя)	$6 \cdot 3 = 18$ (левые)	-6	-14.5
3(левая)	$6 \cdot 3 = 18$ (верхние)	14.5	-6
4(левая)	$6 \cdot 3 - 14.5 \cdot 2 = -11$ (нижние)	14.5	-6
5 (левая)	$6 \cdot 3 - 14.5 \cdot 2 = -11$ (нижние)	$14.5 - 20 = -5.5$	-6
6(правая)	$6 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot 1.5 = 0$	- 5.5	$-4 \cdot 3 + 6 = -6$
7(нижняя)	$6 \cdot 3 - 4 \cdot 3 \cdot 1.5 = 0$	$4 \cdot 3 - 6 = 6$	-5.5
8(нижняя)	$6 \cdot 1.5 - 4 \cdot 3 \cdot 1.5 = -6$ (левые)	$4 \cdot 1.5 - 6 = 0$	-5.5
9(нижняя)	0	-6	-5.5

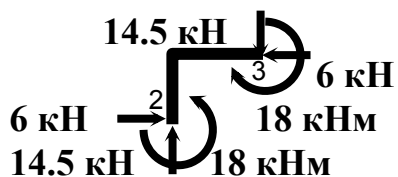
3.3. Очертание эпюр на участках и в точках

Номер участка, точки	Эпюра изгибающих моментов	Эпюра поперечных сил	Эпюра продольных сил
1-2	прямая	параллельна оси	прямая
3-4	прямая	параллельна оси	параллельна оси
5-6	прямая	параллельна оси	параллельна оси
7-8-9	парабола выпуклостью влево	прямая	параллельна оси
5,6	излом	скачек	не меняется



Статическая проверка построенных эпюр

Узел крепления левой стойки и ригеля



$$\Sigma X = -N_3 + Q_2 = -6 + 6 = 0;$$

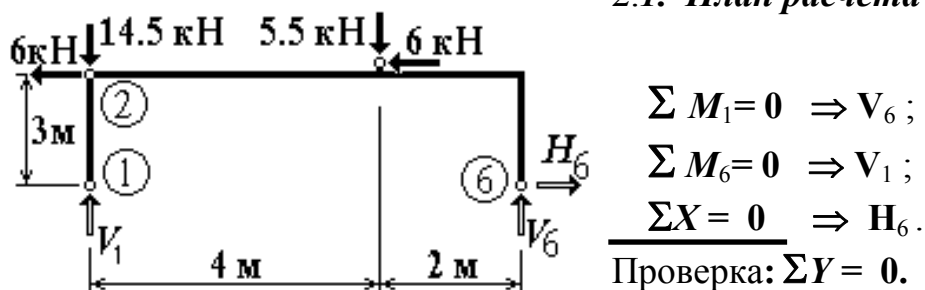
$$\Sigma Y = N_2 - Q_3 = 14.5 - 14.5 = 0;$$

$$\Sigma m = M_2 - M_3 = 18 - 18 = 0.$$

Элемент второй

2 - В ы ч и с л е н и е р е а к ц и й

2.1. План расчета



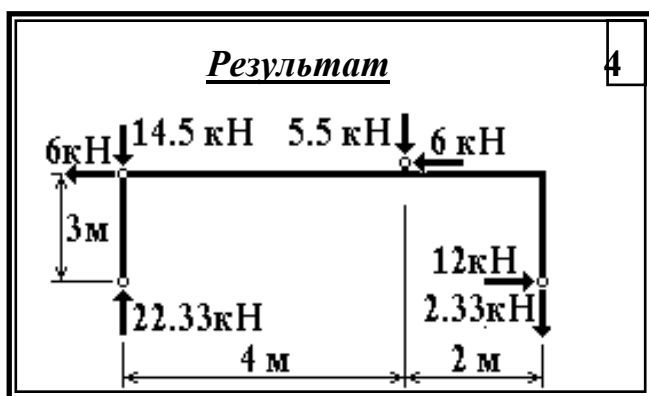
2.2. Определение величин и направления реакций

$$\Sigma M_1 = 6 \cdot 3 + 6 \cdot 3 - 5.5 \cdot 4 + V_6 \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_6 = - (6 \cdot 3 + 6 \cdot 3 - 5.5 \cdot 4) / 6 = - 2.33 \text{ кН}$$

(изменить направление) ;

$$\Sigma M_6 = 6 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 5.5 \cdot 2 + 14.5 \cdot 6 - V_1 \cdot 6 = 0 \Rightarrow V_1 = (6 \cdot 3 + 6 \cdot 3 + 5.5 \cdot 2 + 14.5 \cdot 6) / 6 = 22.33 \text{ кН};$$

$$\Sigma X = - 6 - 6 + H_6 = 0 \Rightarrow H_6 = 6 + 6 = 12 \text{ кН}.$$

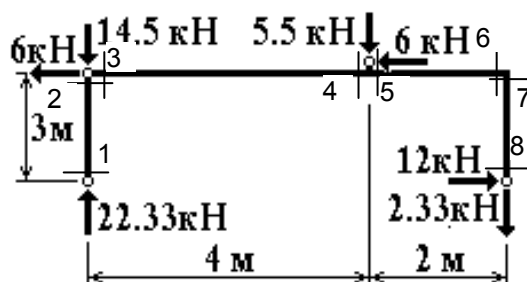


Статическая проверка

$$\Sigma Y = 22.33 - 2.33 - 14.5 - 5.5 = 0.$$

3 - Построение эпюр усилий

3.1. Расчетные сечения



3.2. Усилия в

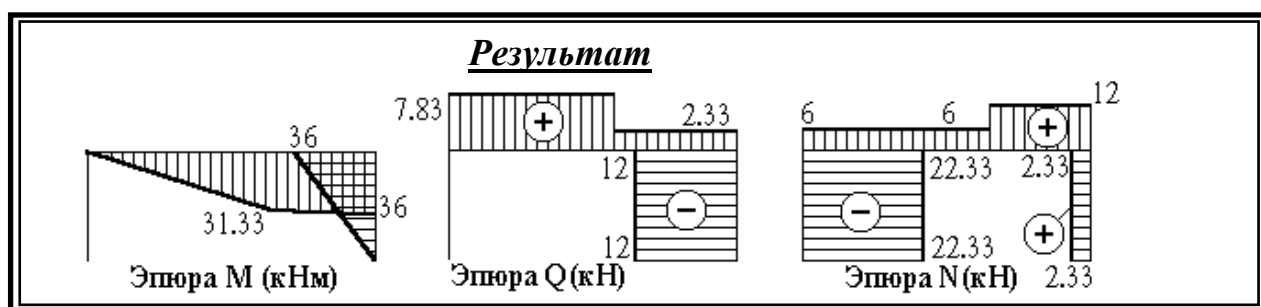
расчетных

сечениях

Ном.сеч. (часть)	Изгибающий момент (М, кНм) (растянутые волокна)	Поперечная сила (Q, кН)	Продольная сила (N, кН)
1(нижняя)	0	0	-22.33
2(нижняя)	0	0	-22.33
3(левая)	0	7.83	6
4(левая)	$22.33 \cdot 4 - 14.5 \cdot 4 = 31.33$ (нижние)	7.83	6
5 (левая)	$22.33 \cdot 4 - 14.5 \cdot 4 = 31.33$ (нижние)	2.33	12
6(правая)	$12 \cdot 3 = 36$ (нижние)	2.33	12
7(нижняя)	$12 \cdot 3 = 36$ (левые)	-12	2.33
8(нижняя)	0	-12	2.33

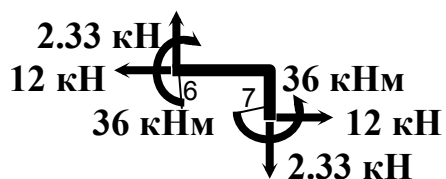
5. 3. Очертание эпюр на участках и в точках

Номер участка, точки	Эпюра изгибающих моментов	Эпюра поперечных сил	Эпюра продольных сил
1-2	прямая	параллельна оси	параллельна оси
3-4	прямая	параллельна оси	параллельна оси
5-6	прямая	параллельна оси	параллельна оси
7-8	прямая	параллельна оси	параллельна оси
4,5	излом вниз	скачек	скачек



Статическая проверка построенных эпюр

Узел крепления правой стойки и нижнего ригеля



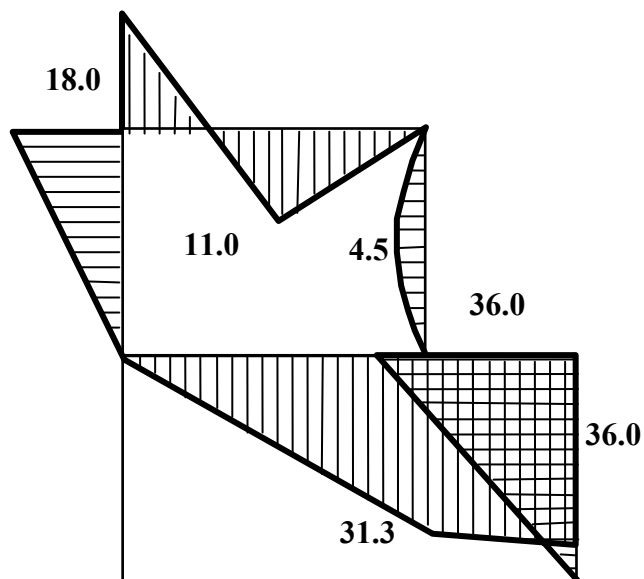
$$\Sigma X = -N_6 + Q_7 = -12 + 12 = 0;$$

$$\Sigma Y = N_7 - Q_6 = 2.33 - 2.33 = 0;$$

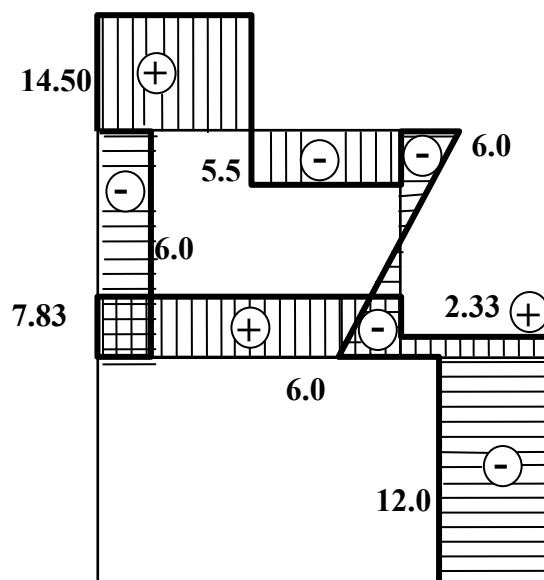
$$\Sigma m = M_6 - M_7 = 36 - 36 = 0.$$

Окончательные эпюры внутренних усилий представлены на рисунке 1.10.

Эпюра изгибающих
моментов —
 M (кНм)



Эпюра поперечных
сил —
 Q (кН)



Эпюра продольных
сил —
 N (кН)

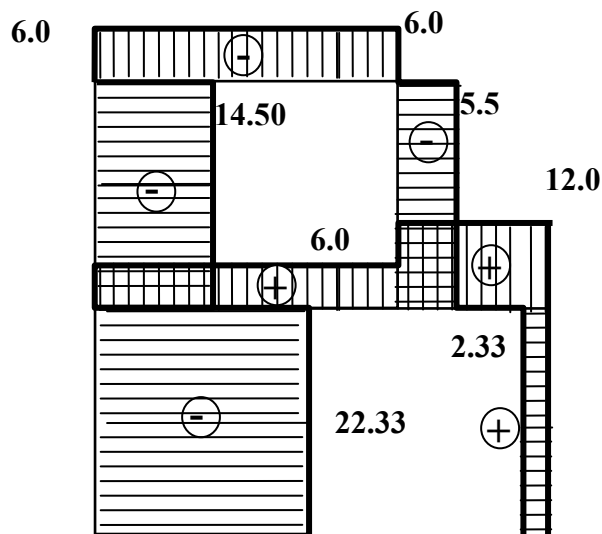


Рис. 1.10
Эпюры усилий в раме